Određivanje odziva kola pomoću Laplasove transformacije

Dvostrana Laplasova transformacija

$$L\{u(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)e^{-pt}dt = U(p)$$

u(t) mora biti neprekidna.

Inverzna Laplasova transformacija vraća funkciju u vremenski domen:

$$u(t) = L^{-1}\{U(p)\} = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} U(p)e^{pt}dp \qquad p = c + j\omega$$

Pomoću dvostrane Laplasove transformacije može se odrediti odziv samo ako nije bilo akumulisane energije u kolu.

Jednostrana Laplasova transformacije

$$L\{u(t)\} = \int_{0}^{\infty} u(t)e^{-pt}dt = U(p)$$

Jednostrana Laplasova transformacija daje mogućnost određivanja kompletnog odziva kola, to jest, i kada postoje početna energija. Jedini uslov za primenu Laplasove transformacije je linearnost kola.

$$U(p) = \frac{F(p)}{G(p)} = \frac{a_n p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \ldots + a_1 p + a_0}{b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1} + \ldots + b_1 p + b_0}$$

Postupak za određivanje inverzne Laplasove transformacije za slučaj n ≥ m je sledeći: deli se dok ne bude n < m, pa se pogodnom transformacijom koeficijenata b_m svede na 1 (b_m = 1) i nakon toga se može koristiti sledeći uprošćeni obrazac za nalaženje inverzne Laplasove transformacije.

$$u(t) = \lim_{p\to p_l}\left(\frac{1}{(g-1)!}\frac{d^{g-1}}{dp^{g-1}}\left((p-p_l)^g\frac{F(p)}{G(p)}e^{pt}\right)\right) + \sum_{l=g+1}^{m}\lim_{p\to p_l}\left((p-p_l)\frac{F(p)}{G(p)}e^{pt}\right)$$

gde je g jedna nula reda g, m broj nula u imeniocu. Sve ostale nule su jednostruke. Drugi član u izrazu predstavlja sumu koja se odnosi na jednostruke nule.

Primer:

- Sve nule polinoma u imeniocu su jednostruke

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{p(1+pT)}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{1/T}{p(p+1/T)}\right\} = \lim_{p\to 0}\left((p-0)\frac{1/T}{p(p+1/T)}e^{pt}\right) + \lim_{p\to -\frac{1}{T}}\left(\left(p+\frac{1}{T}\right)\frac{1/T}{p(p+1/T)}e^{pt}\right)$$
$$= 1 - e^{-\frac{t}{T}}$$

- Jedna višestruka nula

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{p^2(1+pT)}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{1/T}{p^2(p+1/T)}\right\} = \lim_{p\to 0}\left(\frac{1}{(2-1)!}\frac{d^{2-1}}{dp^{2-1}}\left((p-0)^2\frac{1/T}{p^2(p+1/T)}e^{pt}\right)\right)$$
$$+ \lim_{p\to -\frac{1}{T}}\left(\left(p+\frac{1}{T}\right)\frac{1/T}{p^2(p+1/T)}e^{pt}\right) = \lim_{p\to 0}\left(\frac{1}{T}\frac{te^{pt}(p+1/T) - e^{pt}}{(p+1/T)^2}\right) + Te^{-\frac{t}{T}} = \frac{1}{T}\frac{t\cdot 1/T - 1}{(1/T)^2} + Te^{-\frac{t}{T}}$$
$$= t - T + Te^{-\frac{t}{T}} = t - T\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

$L(k) = \frac{k}{p}$ | $L(\sin\omega t) = \frac{\omega}{p^2+\omega^2}$ | $L(e^{-\alpha t}\sin\omega t) = \frac{\omega}{(p+\alpha)^2+\omega^2}$

$L(h(t)) = \frac{1}{p}$ | $L(\cos\omega t) = \frac{p}{p^2+\omega^2}$ | $L(e^{-\alpha t}\cos\omega t) = \frac{p+\alpha}{(p+\alpha)^2+\omega^2}$

$L(\delta(t)) = 1$ | $L(\sin(\omega t+\theta)) = \frac{p\sin\theta+\omega\cos\theta}{p^2+\omega^2}$

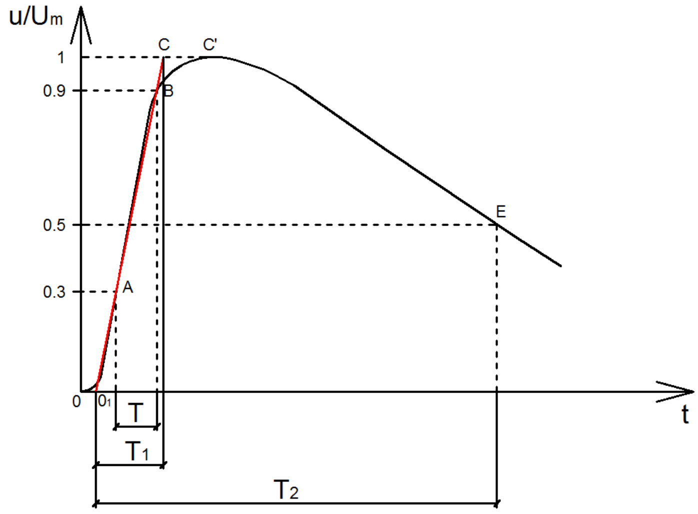
$L(e^{-at}) = \frac{1}{p+a}$ | $L(\cos(\omega t+\theta)) = \frac{p\cos\theta-\omega sin\theta}{p^2+\omega^2}$

Analitičko predstavljanje prenaponskih talasa atmosferskog porekla

1) Prenaponski talas atmsoferskog porekla se može približno predstaviti u sledećem analitičkom obliku:

$$u(t) = U\left(e^{-at} - e^{-bt}\right)$$

gde su a i b konstante koje definišu vreme trajanja čela i vreme trajanja začelja talasa. Odrediti približnim postupkom vreme trajanja čela talasa i vreme trajanja začelja talasa smatrajući da je vreme čela talasa mnogo manje od vremena začelja. Odrediti konstante a i b za slučaj standardnog talasa 1,2/50 µs/µs.



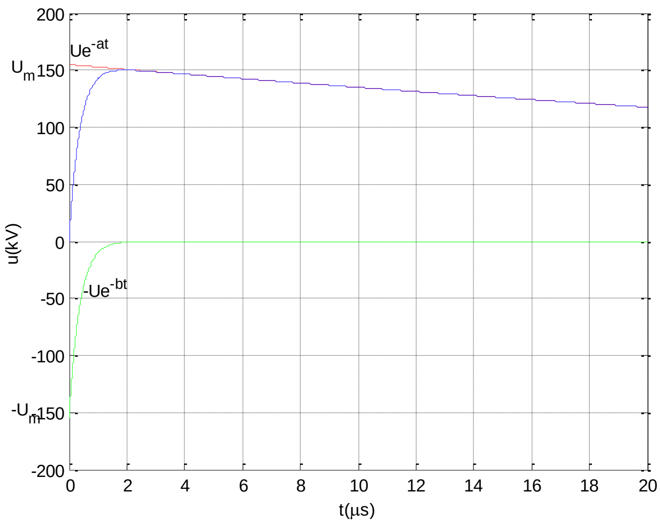
Nazivno čelo talasa se dobija tako što se čelo linearizuje pravom od 30% do 90% maksimalne vrednosti. Čelo talasa OC', začelje talasa C'E. O_1 je nazivni početak talasa. Vreme od nazivnog početka talasa (O_1) do C je nazivno čelo talasa. $T = 0{,}6T_1$ ($T_1 = 1{,}667T$), gde je T vreme od 0,3 do 0,9 U_m. Nazivno trajanje začelja je vreme od O_1 do trenutka kada talas opadne na 0,5 U_m.

Određivanje čela talas

$$u(t) = U\left(e^{-at} - e^{-bt}\right)$$

$$a, b, U = f(T_1, T_2, U_m) \qquad a \ll b \qquad T_1 \ll T_2$$

Neće se istovremeno koristiti obe funkcije. e^{-at} se malo menja na intervalu T1 ($e^{-at} = 1$). Potrebno je naći 30% i 90% modelovanog čela talasa.



$$0{,}3U = U\left(1 - e^{-bt_1}\right) \Rightarrow 0{,}7 = e^{-bt_1}$$

$$0{,}9U = U\left(1 - e^{-bt_2}\right) \Rightarrow 0{,}1 = e^{-bt_2}$$

Deljenjem ova dva izraza dobija se:

$$7 = e^{-b(t_1-t_2)} = e^{b(t_2-t_1)}$$

$$\ln 7 = b(t_2 - t_1) = b \cdot 0{,}6 \cdot T_1$$

$$T_1 = \frac{\ln 7}{0{,}6 \cdot b} \Rightarrow \boxed{b = \frac{\ln 7}{0{,}6 \cdot T_1}} \qquad b = \frac{3{,}24}{T_1}$$

Vreme trajanja začelja

$$u(t) = Ue^{-at}$$

Pretpostavka: U funkciji koja sadrži 2 eksponencijalna člana drugi je već dostigao nulu.

$$0{,}5U = Ue^{-at_3}$$

$$\ln 0{,}5 = -at_3$$

$$\ln 2^{-1} = -\ln 2 = -at_3$$

$$T_2 = t_3 = \frac{\ln 2}{a} = \frac{0{,}693}{a} \quad \Rightarrow \quad \boxed{a = \frac{\ln 2}{T_2}}$$

$$u(t) = U\left(e^{-at} - e^{-bt}\right) = U\left(e^{-\frac{0{,}693}{T_2}t} - e^{-\frac{3{,}24}{T_1}t}\right)$$

Određivanje maksimalne vrednosti:

$$\frac{du}{dt} = 0$$

$$U\left(-ae^{-at} + be^{-bt}\right) = 0$$

$$-ae^{-at} + be^{-bt} = 0$$

$$e^{-at}\left(-a + be^{-bt+at}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad be^{t(a-b)} = a$$

$$t(a-b) = \ln\frac{a}{b} \quad \Rightarrow \quad t_m = \frac{1}{a-b}\ln\frac{a}{b}$$

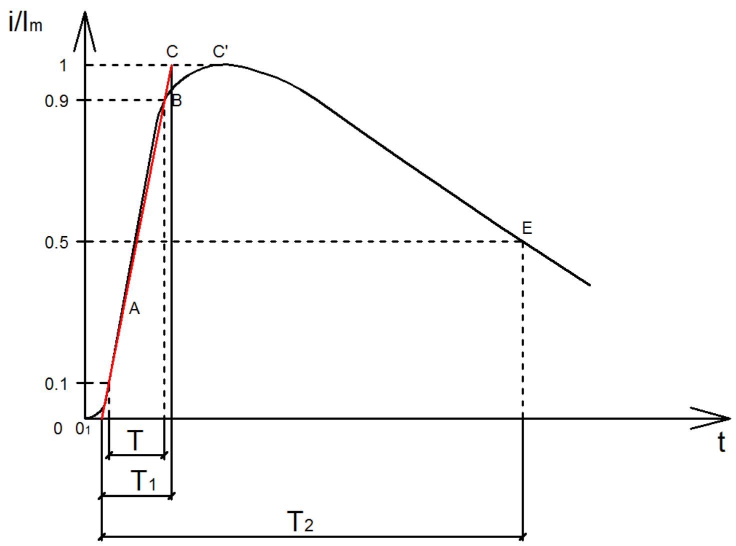
$$U_m = U\left(e^{-a\frac{1}{a-b}\ln\frac{a}{b}} - e^{-b\frac{1}{a-b}\ln\frac{a}{b}}\right) = U\left(e^{\ln\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{a}{a-b}}} - e^{\ln\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{b}{a-b}}}\right)$$

$$\boxed{U_m = U\left(\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{a}{a-b}} - \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{b}{a-b}}\right)}$$

$$u(t) = \frac{U_m}{\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{a}{a-b}} - \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{b}{a-b}}}\left(e^{-at} - e^{-bt}\right)$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1{,}2}{50}\frac{\mu s}{\mu s} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{\ln 2}{50} = 0{,}0138\ \frac{1}{\mu s};\ b = \frac{\ln 7}{0{,}6\cdot 1{,}2} = 2{,}7\ \frac{1}{\mu s}$$

2) Ponoviti zadatak 1 za slučaj strujnog udarnog talasa.



Pri linearizaciji čela karakteristične tačke su 10% i 90%, ostale vrednosti su iste.

$$i(t) = I\left(e^{-at} - e^{-bt}\right)$$

Parametar a se u ovom slučaju određuje na isti način.

$$T_2 = \frac{\ln 2}{a} \Rightarrow \boxed{a = \frac{\ln 2}{T_2}}$$

$$T_1 = \frac{T}{0{,}8}$$

$$0{,}1I = I\left(1 - e^{-bt_1}\right) \ \Rightarrow \ 0{,}9 = e^{-bt_1}$$

$$0{,}9I = I\left(1 - e^{-bt_2}\right) \ \Rightarrow \ 0{,}1 = e^{-bt_2}$$

Deljenjem ova dva izraza dobija se:

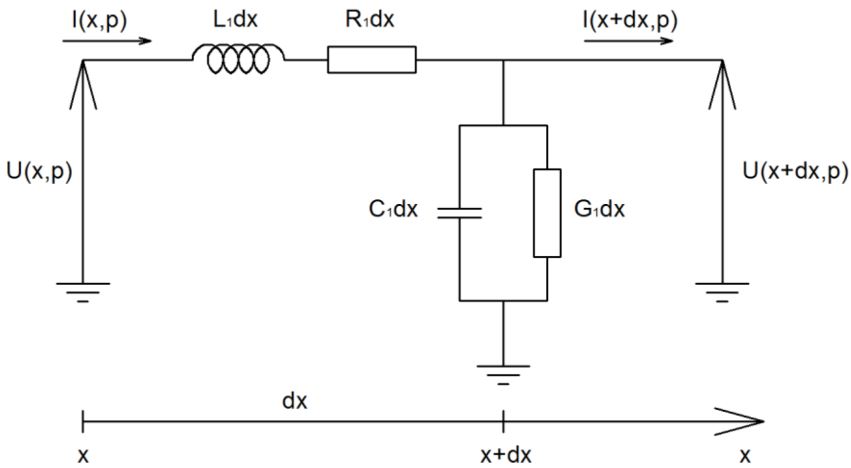
$$9 = e^{b(t_2 - t_1)}$$

$$\ln 9 = b \cdot T \quad \Rightarrow \quad T_1 = \frac{\ln 9}{0{,}8 \cdot b}$$

$$\boxed{b = \frac{\ln 9}{0{,}8 \cdot T_1}} \quad b = \frac{2{,}746}{T_1}$$

Modelovanje voda mreže sa raspodeljenim parametrima

Pretstavljanje talasnih procena na vodu



Za ovakvu deonicu voda mogu se izvesti diferencijalne jednačine telegrafičara.

$$\frac{\partial^2 U(x,p)}{\partial x^2} = (pL_1 + R_1)(pC_1 + G_1)U(x,p)$$

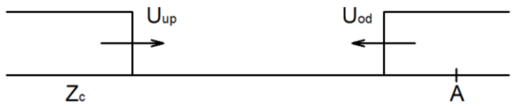
$$\frac{\partial^2 I(x,p)}{\partial x^2} = (pL_1 + R_1)(pC_1 + G_1)I(x,p)$$

$$U(x,p) = F_1(p)e^{-\gamma(p)x} + F_2(p)e^{\gamma(p)x}$$

$$I(x,p) = \frac{F_1(p)e^{-\gamma(p)x} - F_2(p)e^{\gamma(p)x}}{Z_c}$$

$\gamma(p)$ je konstanta prostiranja $\gamma(p) = \sqrt{(pL_1 + R_1)(pC_1 + G_1)}$

Z_c je karakteristična impedansa voda $Z_c = \sqrt{\frac{pL_1 + R_1}{pC_1 + G_1}}$

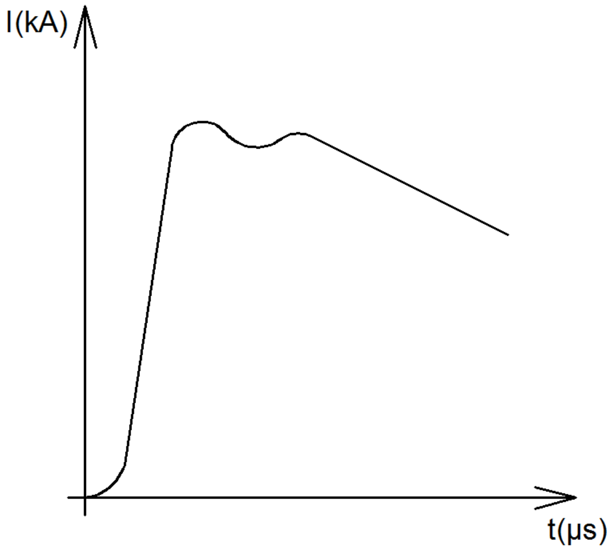


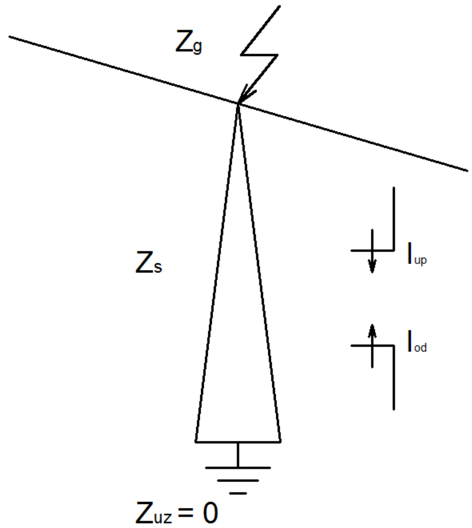
$U = U_d + U_i$; gde je U_d direktna komponenta naponskog talasa koji se kreće u pravcu povećanja x ose, U_i inverzna komponenta naponskog talasa koji se kreće u pravcu suprotnom od x ose.

$$I = I_d + I_i = \frac{U_d}{Z_c} - \frac{U_i}{Z_c}$$

Korišćem ovih komponenti uvažava se vreme prostiranja naponskog talasa po vodu. Kod voda sa skoncentrisanim parametrima smatra se da se napon na ulazu i na izlazu uspostavlja trenutno.

3) Na slici je prikazan tipičan oscilogram struje pri atmosferskom pražnjenju u dobro uzemljeni objekat. Napisati uprošćene analitičke izraze za upadnu komponentu napona po kanalu groma. Karakteristike upadnog talasa su amplituda i vreme trajanja čela. Na osnovu ove vrednosti struje treba videti koji je oblik upadne komponente napona.





$I_{up} = I_{od}$ kod dobro uzemljenih objekata.

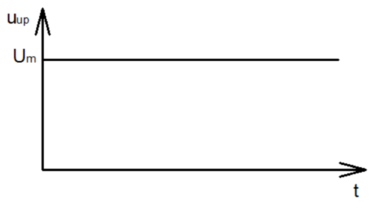
$$I = I_{up} + I_{od} = 2I_{up}$$

$$U_{up} = Z_g I_{up} = Z_g \frac{I}{2}$$

Isti grafik važi i za upadnu komponentu napona samo je drugačije skaliran.

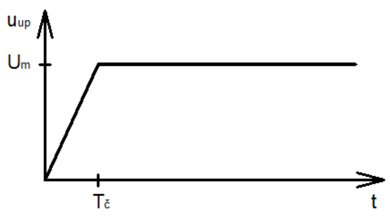
Modelovanje talasnog oblika:

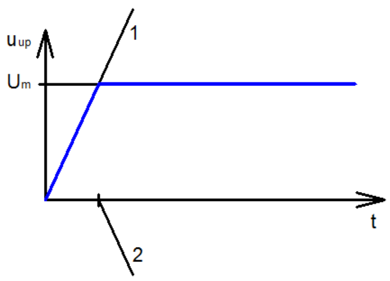
a) Kod ove predstave se ne uvažava strmina talasa.



$$u_{up}(t) = U_m h(t) \quad h(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ 1, & t > 0 \end{cases}$$

b) Predstava čela talasa

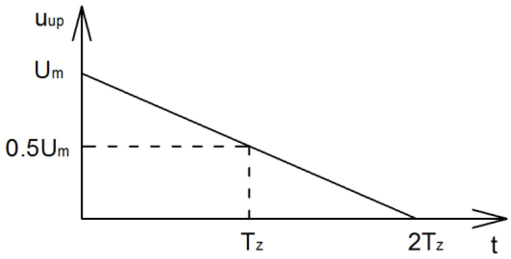


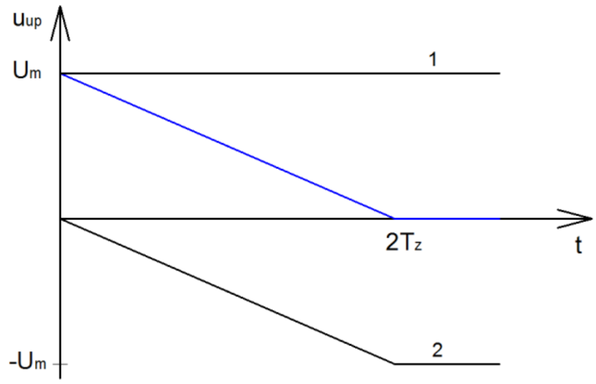


$$u_{up}(t) = \underbrace{ath(t)}_{1} - \underbrace{a(t - T_{č})h(t - T_{č})}_{2}$$

$a = \frac{U_m}{T_{Č}}$ strmina čela talasa

c) Modelovanje začelja

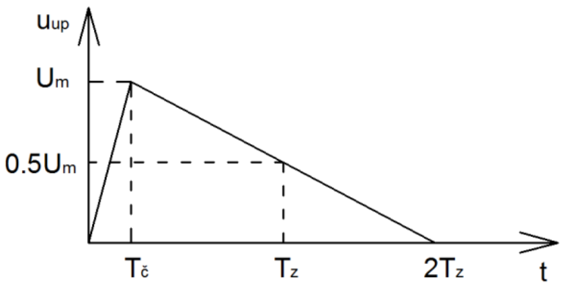


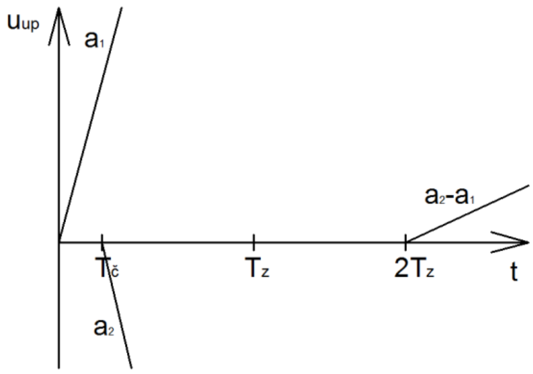


$$u_{up}(t) = \underbrace{U_m h(t)}_{1} - \underbrace{\big(a t h(t) - a(t-2T_z)h(t-2T_z)\big)}_{2}$$

$$a = \frac{U_m}{2T_z}$$

d) Verno modelovanje talasa

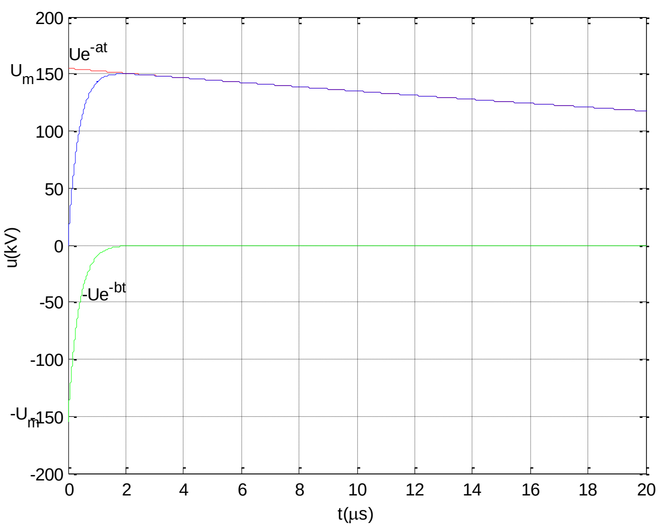




$$u_{up}(t) = a_1 t h(t) - a_2(t-T_č)h(t-T_č) + (a_2 - a_1)(t-2T_z)h(t-2T_z) \qquad T_z \gg T_č$$

$$a_1 = \frac{U_m}{T_č}; \quad a_2 - a_1 = \frac{U_m}{2T_z} \quad \Rightarrow \quad a_2 = \frac{U_m}{T_č} + \frac{U_m}{2T_z} = \frac{U_m(T_č + 2T_z)}{2T_č T_z}$$

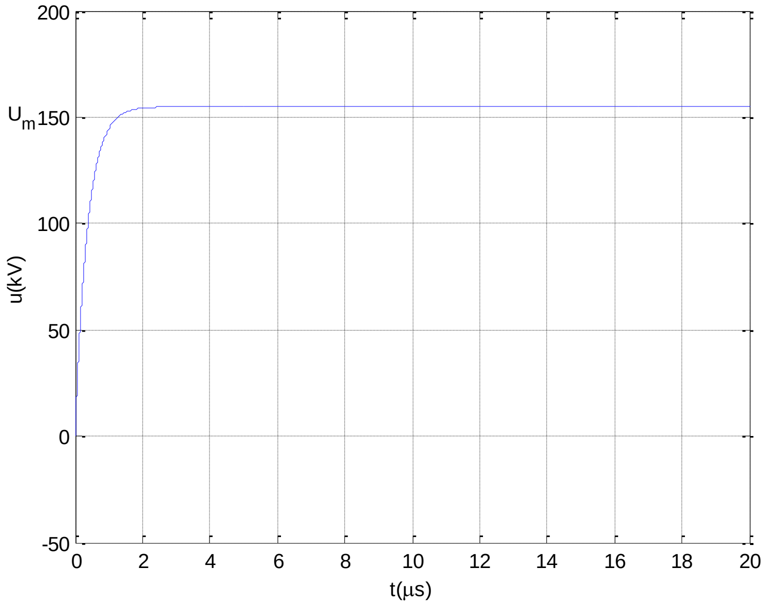
e) Verno modelovanje čela i začelja



$$u(t) = \frac{U_m}{\left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{a}{a-b}} - \left(\frac{a}{b}\right)^{-\frac{b}{a-b}}}\left(e^{-at} - e^{-bt}\right)$$

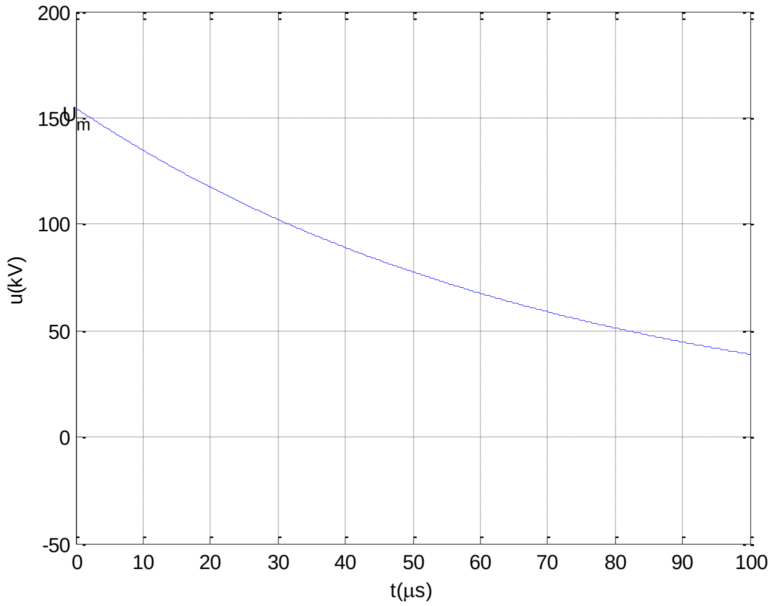
$$a = \frac{\ln 2}{T_z}; \; b = \frac{\ln 7}{0{,}6 \cdot T_č}$$

f) Eksponencijalna predstava čela talasa



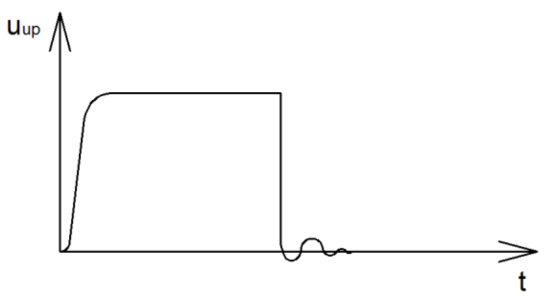
$$u(t) = U_m\left(1 - e^{-bt}\right)$$
$$b = \frac{\ln 7}{0{,}6 \cdot T_č}$$

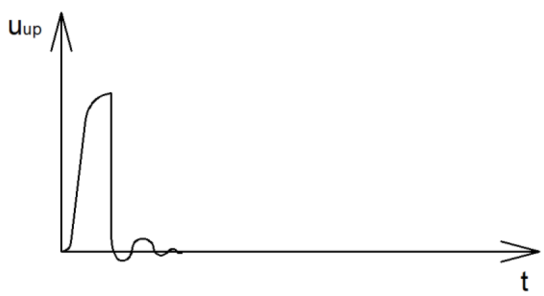
g) Eksponencijalna predstava začelja



$$u(t) = U_m e^{-at}$$
$$a = \frac{\ln 2}{T_z}$$

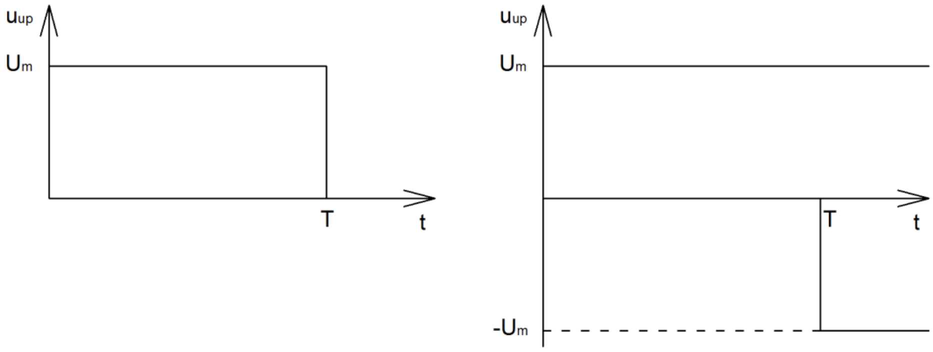
4) Na slici su dati tipični oblici sečenog atmosferskog naponskog talasa koji nastaje kada prenaponski talas obrazovan atmosferskim pražnjenjem u fazni provodnik izazove skok na izolaciju usled čega dolazi do naglog smanjivanja prenaponskog talasa. Do smanjivanja može doći na začelju talasa, slika 1, ili na čelu talasa, slika 2. Napisati približne analitičke izraze za ovakve talasne oblike.





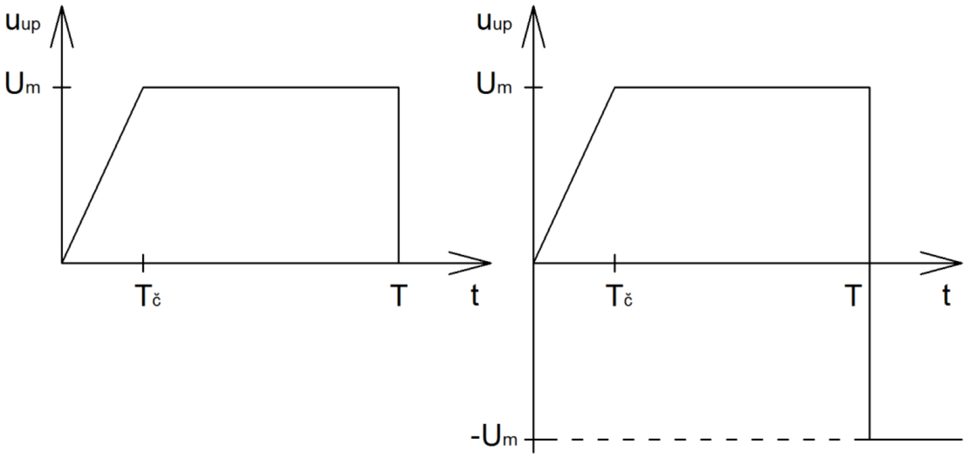
Trenutak sečenja ne dolazi uvek na istoj vrednosti.

a)



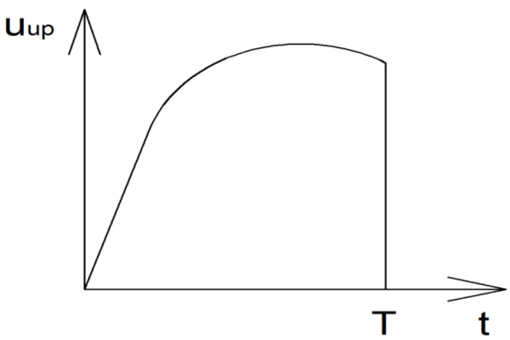
$$u_{up}(t) = U_m\big(h(t) - h(t-T)\big)$$

b)



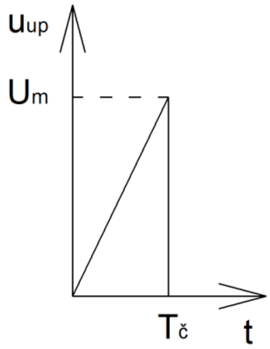
$$u_{up}(t) = ath(t) - a(t-T_č)h(t-T_č) - U_m h(t-T); \qquad a = \frac{U_m}{T_č}$$

c)



$$u_{up}(t) = U\big(e^{-at} - e^{-bt}\big)(h(t) - h(t-T))$$

d)

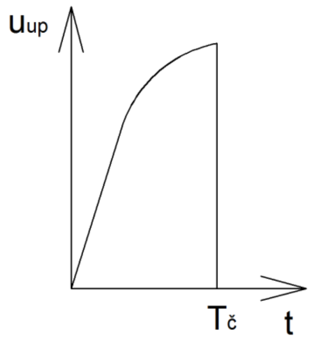


$$u_{up}(t) = at\big(h(t) - h(t-T_č)\big)$$

$$a = \frac{U_m}{T_č}$$

Vreme čela je sada i vreme sečenja.

e)

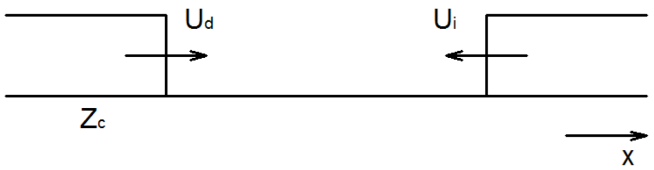


$$u_{up}(t) = U\left(1 - e^{-bt}\right)\left(h(t) - h(t - T_{\check{c}})\right)$$

Metode za proračun prenapona

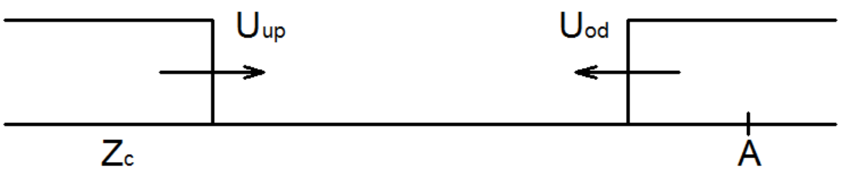
Primena Petersonovog pravila

Režim na vodu može da se predstavi preko dva putujuća talasa: direktnog i inverznog.



$$U = U_d + U_i \qquad I = I_d + I_i = \frac{U_d}{Z_c} - \frac{U_i}{Z_c}$$

Petersonovo pravilo se primenjuje u slučaju kada po vodu nailazi prenaponski talas u čvornu tačku u kojoj mogu biti priključeni paralelno prema zemlji elementi sa koncentrisanim parametrima, a mogu se nastaviti i drugi vodovi.



$$U_A = U_{up} + U_{od} \;\Rightarrow\; U_{od} = U_A - U_{up}$$

$$I_A = I_{up} + I_{od} = \frac{U_{up}}{Z_{c1}} - \frac{U_{od}}{Z_{c1}}$$

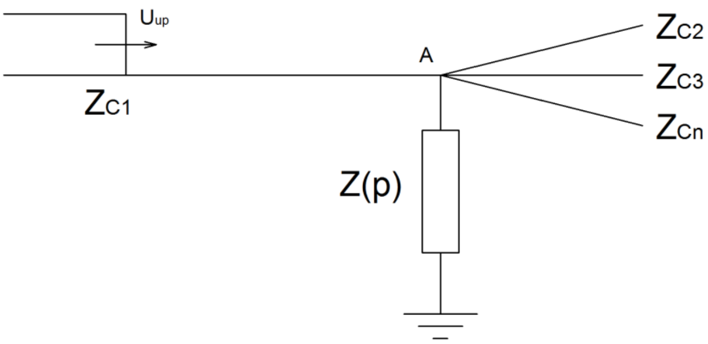
$$I_A = \frac{U_{up}}{Z_{c1}} - \frac{U_A - U_{up}}{Z_{c1}} = \frac{2U_{up} - U_A}{Z_{c1}}$$

$$2U_{up} = Z_{c1} I_A + U_A$$

Tačka A pripada svim vodovima tako da važi:

$$U_A = U_{upj} + U_{odj} \qquad j = 2, \dots, n$$

Pošto su vodovi beskonačno dugački ne postoji odbojna komponenta, tj.



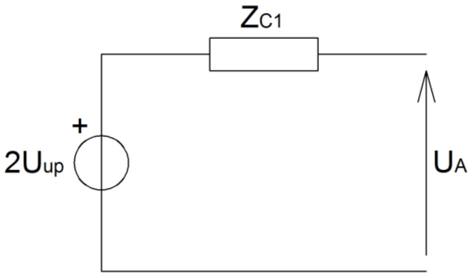
$$U_{odj} = 0 \qquad j = 2, \dots, n \quad \Rightarrow \quad U_A = U_{upj}$$

$$I_A = \sum_{j=2}^{n} I_j + I_z$$

$I_j = I_{upj} + I_{odj} = I_{upj}$ zato što je vod dugačak

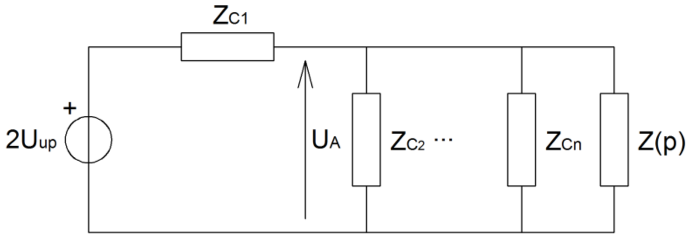
$$I_{odj} = 0 \qquad j = 2, \dots, n$$

$$I_A = \sum_{j=2}^{n} I_{upj} + I_z = \sum_{j=2}^{n} \frac{U_{upj}}{Z_{cj}} + \frac{U_A}{Z(p)}$$



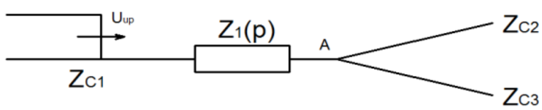
$$I_A = \sum_{j=2}^{n} \frac{U_A}{Z_{cj}} + \frac{U_A}{Z(p)} = U_A\left(\sum_{j=2}^{n} \frac{1}{Z_{cj}} + \frac{1}{Z(p)}\right)$$

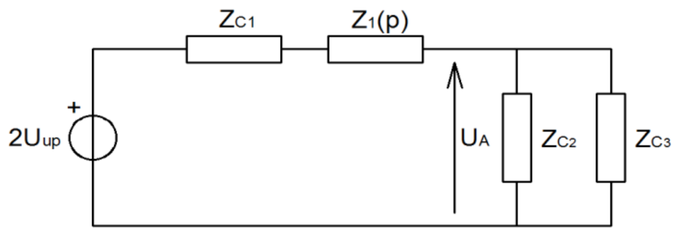
$$Z_{ek} = \frac{1}{\sum_{j=2}^{n} \frac{1}{Z_{cj}} + \frac{1}{Z(p)}}$$



$$U_A = \frac{1}{\sum_{j=2}^{n} \frac{1}{Z_{cj}} + \frac{1}{Z(p)}} I_A = Z_{ek} I_A$$

Petersenovo pravilo se može primeniti i kada između voda u kome nailazi prenaponski talas i čvorne tačke postoje skoncentrisani parametri. Nedostatak ove metode je što su odbojne komponente jednake nuli. Tako da se Petersonovo pravilo može primeniti samo dok reflektovane komponente ne stignu u tačku A.

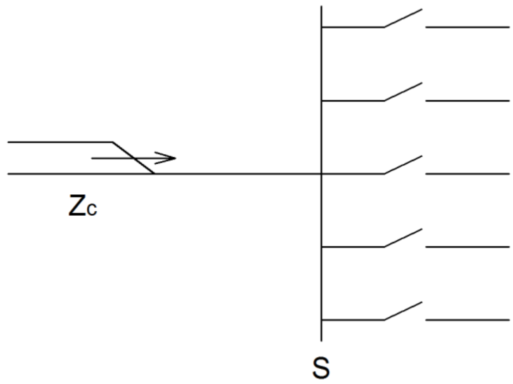


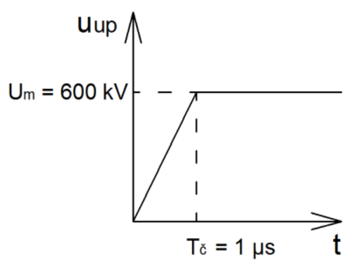


5) Prenaponski talas atmosferskog porekla nastao direktnim udarom groma u fazni provodnik dalekovoda nailazi na sabirnice postrojenja na kojima je priključeno još pet vodova. Odrediti oblik i veličinu napona na sabirnicama u slučaju:

a) kada su svi vodovi isključeni;
b) kada je uključen jedan vod;
c) kada su uključeni svi vodovi.

Prenaponski talas se zamenjuje talasom idealizovanog oblika linearno rastućeg čela strmine $a = 600$ kV/μs i trajanja čela $T_č = 1$ μs, konstantnog začelja neograničenog trajanja.



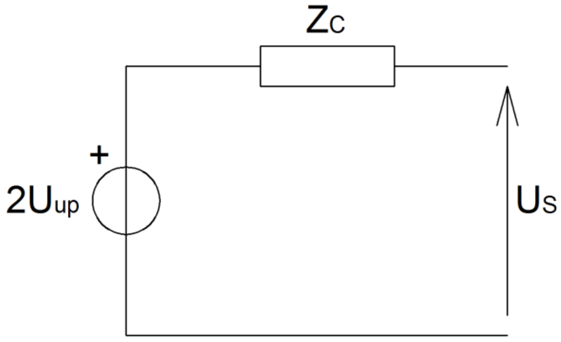


$$U_m = aT_č$$

$$u_{up}(t) = a \cdot t \cdot h(t) - a(t - T_č) \cdot h(t - T_č)$$

$$u_{up}(t) = 600 \cdot t \cdot h(t) - 600(t - 1) \cdot h(t - 1), \quad \text{kV} \quad \text{t (μs)}$$

a)



$$U_s(p) = 2U_{up}(p)$$

$$u_s(t) = 2u_{up}(t)$$

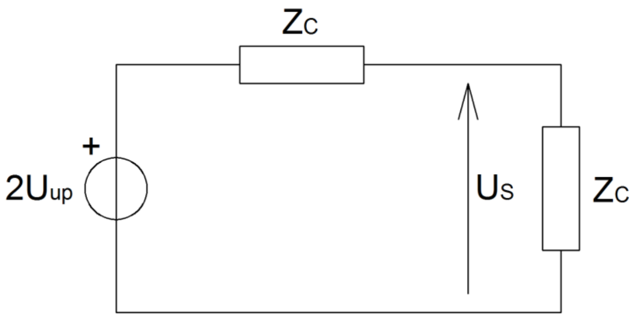
$$u_s(t) = u_{up}(t) + u_{od}(t)$$

$$u_{od}(t) = u_s(t) - u_{up}(t) = 2u_{up}(t) - u_{up}(t)$$

$$u_{od}(t) = u_{up}(t)$$

Kada je vod otvoren na njegovom kraju se dobija reflektovana komponenta.

b)

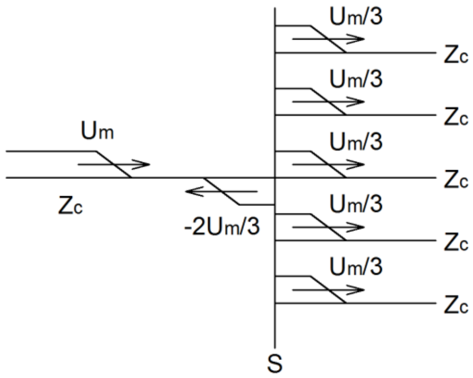


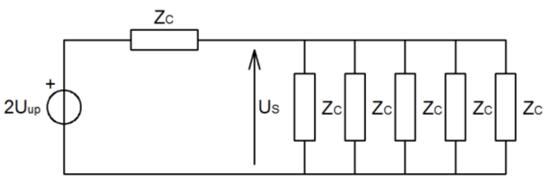
Pretpostavlja se da su svi vodovi beskonačno dugački.

$$U_s(p) = 2U_{up}(p)\frac{Z_c}{Z_c + Z_c} = U_{up}(p)$$

$$u_{od}(t) = u_s(t) - u_{up}(t) = u_{up}(t) - u_{up}(t) = 0$$

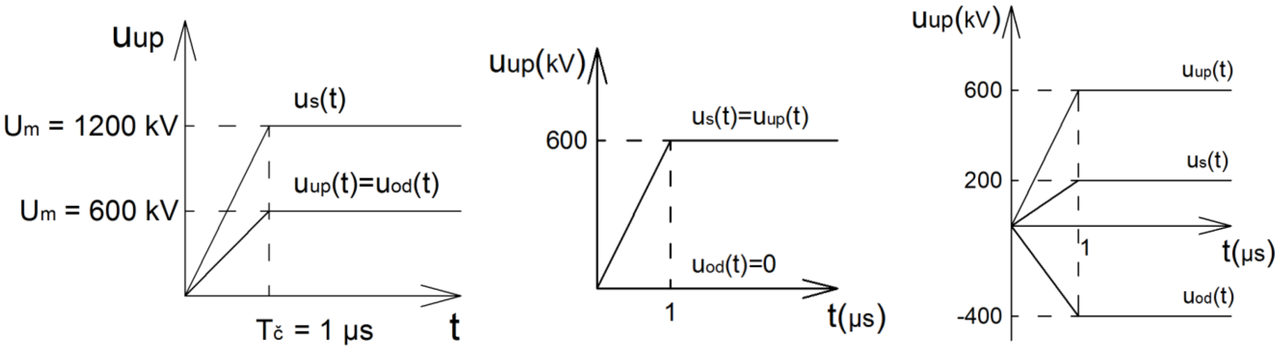
c)





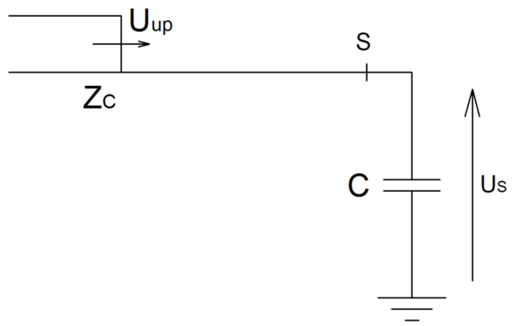
$$U_s(p) = 2U_{up}(p)\frac{Z_c/5}{Z_c + Z_c/5} = \frac{U_{up}(p)}{3}$$

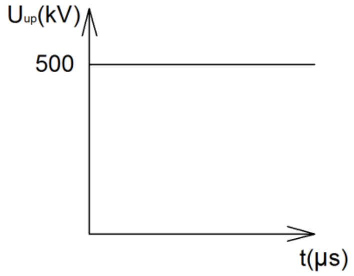
$$u_{od}(t) = u_s(t) - u_{up}(t) = -\frac{2}{3}u_{up}(t)$$

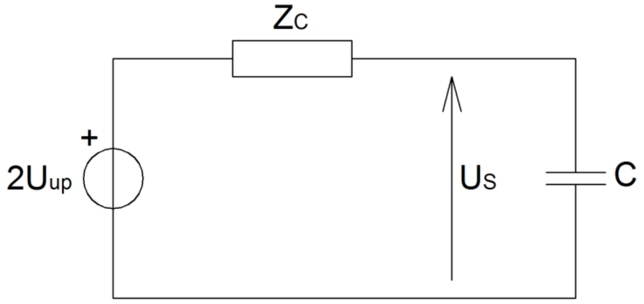


a) b) c)

6) Na slici je prikazan priključak vazdušnog voda nazivnog napona 110 kV na sabirnice postrojenja. Na sabirnicama se nalazi priključena baterija kondenzatora za kompenzaciju reaktivne snage, kapaciteta C = 1,3 μF. Odrediti oblik napona na sabirnicama ako po vazdušnom vodu u postrojenje dolazi prenapon atmosferskog porekla koji se zamenjuje talasom pravougaonog čela i beskonačnog trajanja začečka, amplintude U_m = 500 kV, karakteristična impedansa vazdušnog voda je Z_c = 400 Ω.







$$u_{up}(t) = U_m h(t) \quad \Rightarrow \quad U_{up}(p) = \frac{U_m}{p}$$

$$U_C(p) = \frac{\frac{1}{pC}}{Z_C + \frac{1}{pC}} 2U_{up}(p) = \frac{2U_{up}(p)}{1 + pCZ_C} = \frac{2\frac{U_m}{p}}{1 + pT_c}$$

$$T_c = CZ_c = 1{,}3 \cdot 10^{-6} \cdot 400 = 520\ \mu\mathrm{s}$$

$$U_C(p) = \frac{2U_m}{p(1 + pT_c)}$$

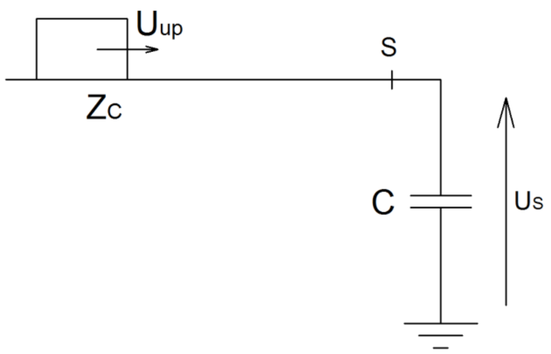
$$u_C(t) = \lim_{p\to 0}\left(p\frac{2U_m}{p(1 + pT_c)}e^{pt}\right) + \lim_{p\to -\frac{1}{T_c}}\left(\left(p + \frac{1}{T_c}\right)\frac{2U_m}{pT_c(p + 1/T_c)}e^{pt}\right)$$

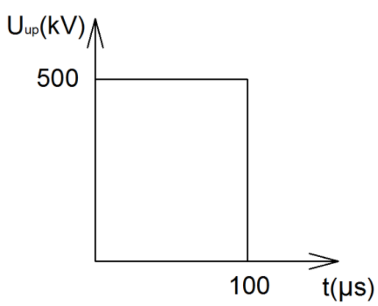
$$u_C(t) = 2U_m + \frac{2U_m}{-\frac{1}{T_c}T_c}e^{-\frac{t}{T_c}} = 2U_m\left(1 - e^{-\frac{t}{T_c}}\right)h(t)$$

Kondenzator smanjuje strminu prenapona tako da je to povoljniji slučaj za izolaciju. Strmina talasa se određuje na sledeći način.

$$a = \left.\frac{dU_c}{dt}\right|_{t=0} = -2U_m\left(-\frac{1}{T_c}\right)e^{-\frac{t}{T_c}}\Big|_{t=0} = \frac{2U_m}{T_c} = \frac{1000}{520} = 1{,}923\ \frac{\mathrm{kV}}{\mu\mathrm{s}}$$

7) U prethodnom zadatku je pretpostavljeno da je energija atmosferskog pražnjenja beskonačno velika, jer je usvojen prenaponski talas neograničenog trajanja začelja. Ukoliko atmosferski talas ima pravougaoni oblik, amplitude U_m i trajanja T = 100 μs odrediti oblik i amplitudu napona na sabirnicama.





Kada postoji kašnjenje:

$$h(t - T) = \frac{1}{p}e^{-pT}$$

$$u_{up}(t) = U_m h(t) - U_m h(t - T)$$

$$U_{up}(p) = \frac{U_m}{p} - \frac{U_m}{p}e^{-pT}$$

$$U_C(p) = \frac{2U_{up}(p)}{1 + pCZ_C} \qquad T_c = CZ_c = 520\ \mu s$$

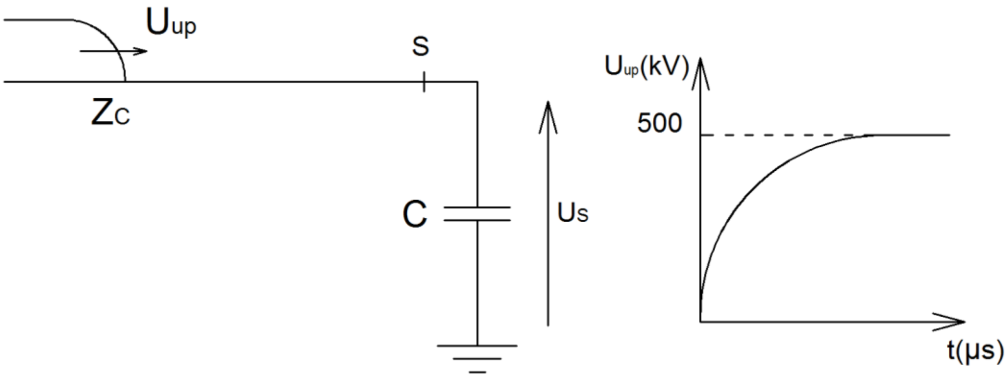
$$U_C(p) = \frac{2U_m}{pT_c(\frac{1}{T_c} + p)}(1 - e^{-pT}) = \frac{2U_m}{pT_c(\frac{1}{T_c} + p)} - \frac{2U_m}{pT_c(\frac{1}{T_c} + p)} e^{-pT}$$

$$u_C(t) = \lim_{p \to 0}\left(p\frac{2U_m e^{pt}}{pT_c(\frac{1}{T_c} + p)}\right) + \lim_{p \to -\frac{1}{T_c}}\left(\left(p + \frac{1}{T_c}\right)\frac{2U_m e^{pt}}{pT_c(\frac{1}{T_c} + p)}\right) - \lim_{p \to 0}\left(p\frac{2U_m e^{pt}e^{-pT}}{pT_c(\frac{1}{T_c} + p)}\right)$$

$$- \lim_{p \to -\frac{1}{T_c}}\left(\left(p + \frac{1}{T_c}\right)\frac{2U_m e^{p(t-T)}}{pT_c(\frac{1}{T_c} + p)}\right) = 2U_m\left(1 - e^{-\frac{t}{T_c}}\right)h(t) - 2U_m\left(1 - e^{-\frac{t-T}{T_c}}\right)h(t - T)$$

$$U_{Cmax} = u_c(T) = 2U_m\left(1 - e^{-\frac{T}{T_c}}\right) = 1000\left(1 - e^{-\frac{100}{520}}\right) = 174{,}95\ \text{kV}$$

8) Uraditi prethodni zadatak ako se prenaponski talas modeluje talasom eksponencijalnog čela i beskonačnog trajanja. Vreme trajanja čela talasa je 1,2 μs a amplituda talasa je 500 kV, karakteristična impedansa voda je 400 Ω.



$$u_{up}(t) = U_m\left(1 - e^{-bt}\right) \quad b = \frac{\ln 7}{0{,}6 \cdot T_č} = 2{,}7027\ \frac{1}{\mu s}$$

$$U_{up}(p) = U_m\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p + b}\right)$$

$$U_C(p) = \frac{2U_{up}(p)}{1 + pCZ_C} \quad T_c = CZ_c = 520\ \mu s$$

$$U_C(p) = \frac{2U_m}{p(1 + pT_c)} - \frac{2U_m}{(p + b)(1 + pT_c)}$$

$$u_C(t) = \lim_{p \to 0}\left(p\frac{2U_m e^{pt}}{p(1 + pT_c)}\right) + \lim_{p \to -\frac{1}{T_c}}\left(\left(p + \frac{1}{T_c}\right)\frac{2U_m e^{pt}}{pT_c(\frac{1}{T_c} + p)}\right) - \lim_{p \to -\frac{1}{T_c}}\left(\left(p + \frac{1}{T_c}\right)\frac{2U_m e^{pt}}{(p + b)T_c(\frac{1}{T_c} + p)}\right)$$

$$- \lim_{p \to -b}\left((p + b)\frac{2U_m e^{pt}}{(p + b)(1 + pT_c)}\right)$$

$$= 2U_m\left(1 - e^{-\frac{t}{T_c}}\right)h(t) - \frac{2U_m}{bT_c - 1}\left(e^{-\frac{t}{T_c}} - e^{-bt}\right)h(t)$$

$$u_C(t) = 2U_m\left(1 - e^{-\frac{t}{T_c}} - \frac{e^{-\frac{t}{T_c}}}{bT_c - 1} + \frac{e^{-bt}}{bT_c - 1}\right)h(t)$$

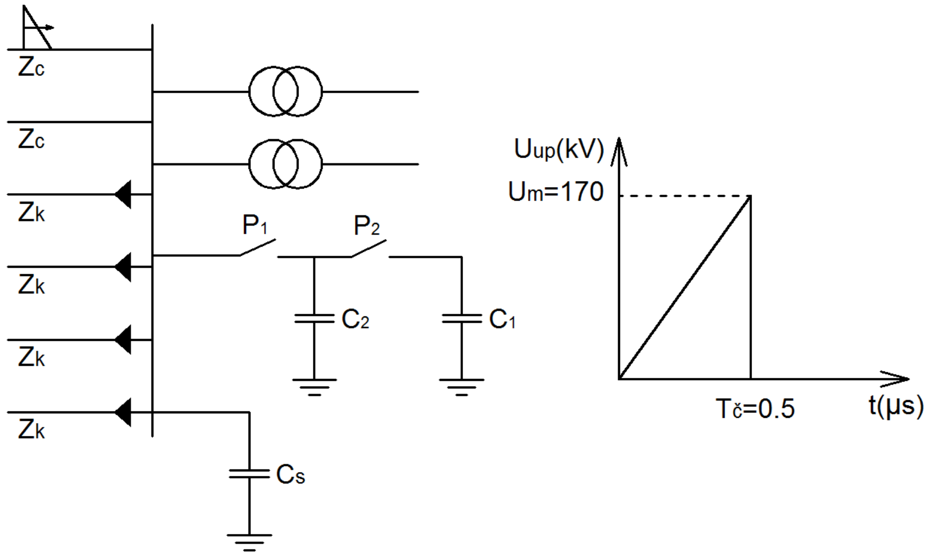
$$u_C(t) = 2U_m\left(1 - \frac{bT_c}{bT_c - 1}e^{-\frac{t}{T_c}} + \frac{e^{-\frac{t}{T_c}}}{bT_c - 1} - \frac{e^{-\frac{t}{T_c}}}{bT_c - 1} + \frac{e^{-bt}}{bT_c - 1}\right)h(t)$$

$$u_C(t) = 2U_m\left(1 - \frac{bT_c}{bT_c - 1}e^{-\frac{t}{T_c}} + \frac{e^{-bt}}{bT_c - 1}\right)h(t)$$

$$u_C(t) = 1000\left(1 - 1{,}0007e^{-\frac{t}{520}} + 0{,}0007e^{-2{,}7027t}\right)h(t)$$

9) Na slici je data šema postrojenja nazivnog napona 35 kV, pored vodova i kablova na sabirnice su vezana 2 transformatora velikih impedansi i dve baterije kondenzatora za kompenzaciju reaktivne energije. Snage ovih baterija su $S_1 = 250{,}3$ kVA i $S_2 = 12{,}5$ kVA (sve pojave posmatrati monofazno). Karakteristične impedanse vazdušnih vodova su $Z_c = 400\ \Omega$, a karakteristične impedanse kablovskih vodova su $Z_k = 50\ \Omega$. Ukupna kapacitivnost sabirnica je $C_s = 10$ nF. Po jednom vazdušnom vodu nailazi prenaponski talas kao na slici. Odrediti oblik i amplitudu prenapona na sabirnicama u sledećim slučajevima:

a) Prekidač P1 je zatvoren, prekidač P_2 je zatvoren;
b) Prekidač P1 je zatvoren, prekidač P_2 je otvoren;
c) Prekidač P1 je otvoren.



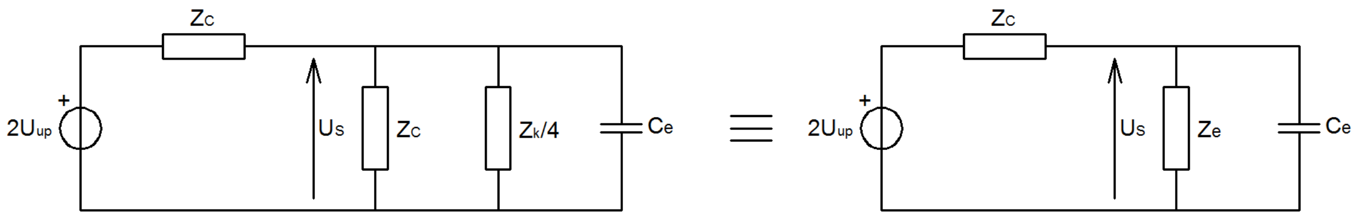
$$u_{up}(t) = a \cdot t \cdot h(t) - a(t - T_č)h(t - T_č) - U_m h(t - T_č)$$

$$a = \frac{U_m}{T_č}$$

$$u_{up}(t) = \frac{U_m}{T_č}\left(t \cdot h(t) - (t - T_č)h(t - T_č) - T_č h(t - T_č)\right)$$

$$U_{up}(p) = \frac{U_m}{T_č}\left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{p^2}e^{-pT_č} - \frac{T_č}{p}e^{-pT_č}\right) = \frac{U_m}{T_č}\left(\frac{1}{p^2}(1 - e^{-pT_č}) - \frac{T_č}{p}e^{-pT_č}\right)$$

Petersenova zamenska šema ima sledeći oblik.



$$Z_e = \frac{Z_c \frac{Z_k}{4}}{Z_c + \frac{Z_k}{4}} = \frac{400\frac{50}{4}}{400 + \frac{50}{4}} = 12{,}12\ \Omega$$

$$U_S(p) = \frac{\frac{Z_e \frac{1}{pC}}{Z_e + \frac{1}{pC}}}{Z_c + \frac{Z_e \frac{1}{pC}}{Z_e + \frac{1}{pC}}} 2U_{up}(p) = \frac{Z_e \cdot 2U_{up}(p)}{Z_e + Z_c(1 + pZ_eC)} = \frac{2Z_e}{Z_c + Z_e} \frac{U_{up}(p)}{1 + pC\frac{Z_eZ_c}{Z_c + Z_e}}$$

$$T = C\frac{Z_eZ_c}{Z_c + Z_e} = \frac{400 \cdot 12{,}12}{400 + 12{,}12} C_e = 11{,}8\ C_e \quad (\mu\text{s})$$

$$U_S(p) = \frac{2Z_e}{Z_c + Z_e}\frac{U_m}{T_č}\frac{1}{1 + pT}\left(\frac{1}{p^2}\left(1 - e^{-pT_č}\right) - \frac{T_č}{p}e^{-pT_č}\right)$$

$$U'_e = \frac{2Z_e}{Z_c + Z_e}\frac{U_m}{T_č} = \frac{2 \cdot 12{,}12}{400 + 12{,}12}\frac{170}{0{,}5} = 20\ \text{kV}$$

$$U_S(p) = \frac{U'_e}{p^2(1 + pT)} - \frac{U'_e e^{-pT_č}}{p^2(1 + pT)} - \frac{U'_e T_č e^{-pT_č}}{p(1 + pT)}$$

$$\lim_{p\to 0}\left(\frac{1}{(2-1)!}\frac{d^{(2-1)}}{dp^{(2-1)}}\left(p^2\frac{U'_e e^{pt}}{p^2(1 + pT)}\right)\right) = \lim_{p\to 0}\left(\frac{d}{dp}\left(\frac{U'_e e^{pt}}{(1 + pT)}\right)\right) = \lim_{p\to 0}\left(U'_e\frac{te^{pt}(1 + pT) - Te^{pt}}{(1 + pT)^2}\right)$$

$$= (t - T)U'_e h(t)$$

$$u_s(t) = (t - T)U'_e h(t) + U'_e T e^{-\frac{t}{T}}h(t) - (t - T_č - T)U'_e h(t - T_č) - U'_e T e^{-\frac{t - T_č}{T}}h(t - T_č) - U'_e T_č h(t - T_č) - U'_e T_č e^{-\frac{t - T_č}{T}}h(t - T_č)$$

$$u_s(t) = U'_e\left[\left(t - T\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)\right)h(t) - \left(t - T_č - T\left(1 - e^{-\frac{t - T_č}{T}}\right)\right)h(t - T_č) - T_č\left(1 - e^{-\frac{t - T_č}{T}}\right)h(t - T_č)\right]$$

$$C = \frac{S}{\omega U^2}$$

$$C_1 = \frac{250{,}3 \cdot 10^3}{2\pi 50 \cdot (35 \cdot 10^6)^2} = 0{,}65\ \mu\text{F}$$

$$C_2 = \frac{12{,}5 \cdot 10^3}{2\pi 50 \cdot (35 \cdot 10^6)^2} = 0{,}032\ \mu\text{F}$$

$$C_S = 10\ \text{nF} = 0{,}01\ \mu\text{F}$$

a) $C_e = C_1 + C_2 + C_S = 0{,}692\ \mu\text{F}$ $\qquad T = 11{,}8 \cdot 0{,}692 = 8{,}17\ \mu\text{s}$
b) $C_e = C_2 + C_S = 0{,}042\ \mu\text{F}$ $\qquad T = 11{,}8 \cdot 0{,}042 = 0{,}50\ \mu\text{s}$
c) $C_e = C_S = 0{,}01\ \mu\text{F}$ $\qquad T = 11{,}8 \cdot 0{,}010 = 0{,}118\ \mu\text{s}$

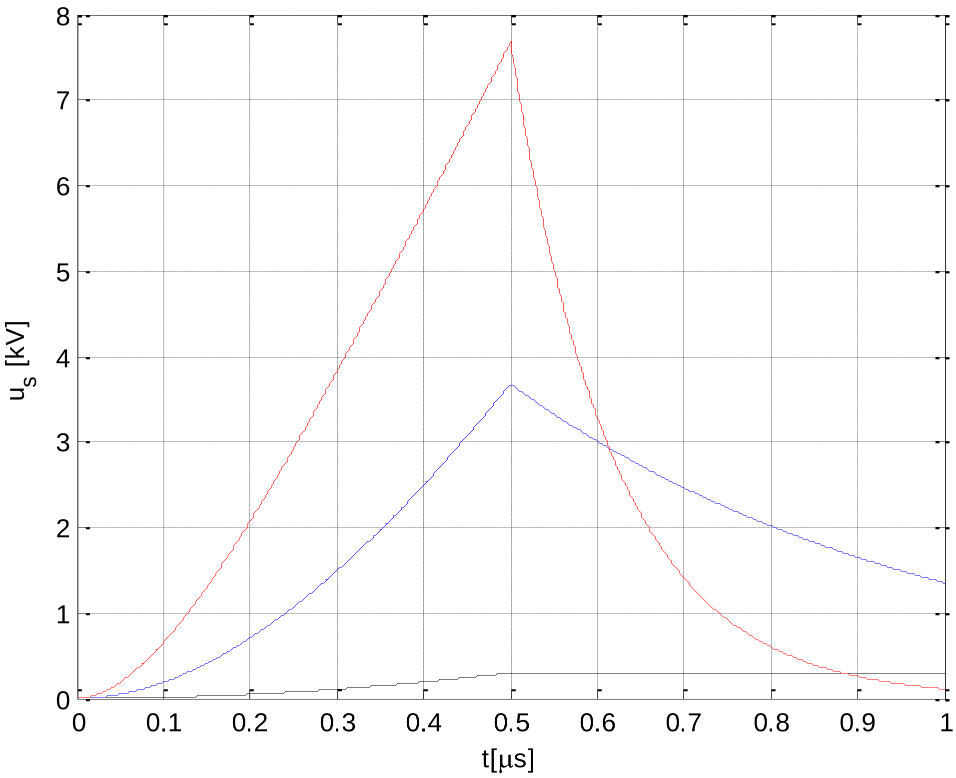
$$t \le 0 \quad u_s(t) = 0$$

$$0 < t < T_č = 0{,}5\ \mu s \quad u_s(t) = U'_e\left(t - T\left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)\right)$$

$$t > T_č = 0{,}5\ \mu s \quad u_s(t) = U'_e e^{-\frac{t}{T}}\left[T - Te^{\frac{T_č}{T}} + T_č e^{\frac{T_č}{T}}\right] = U_e e^{-\frac{t}{T}}$$

$$U_e = U'_e\left[T - Te^{\frac{T_č}{T}} + T_č e^{\frac{T_č}{T}}\right]$$

u_s(t)	$0 < t < T_č = 0{,}5\ \mu s$	$t > T_č = 0{,}5\ \mu s$	$U_{smax} = u_s(T_č)$
a	$20\ \left(t - 8{,}17\left(1 - e^{-t/8{,}17}\right)\right)$	$0{,}32e^{-t/8{,}17}$	0,3 kV
b	$20\ \left(t - 0{,}5\left(1 - e^{-t/0{,}5}\right)\right)$	$10e^{-t/0{,}5}$	3,68 kV
c	$20\ \left(t - 0{,}118\left(1 - e^{-t/0{,}118}\right)\right)$	$531{,}2e^{-t/0{,}118}$	7,67 kV

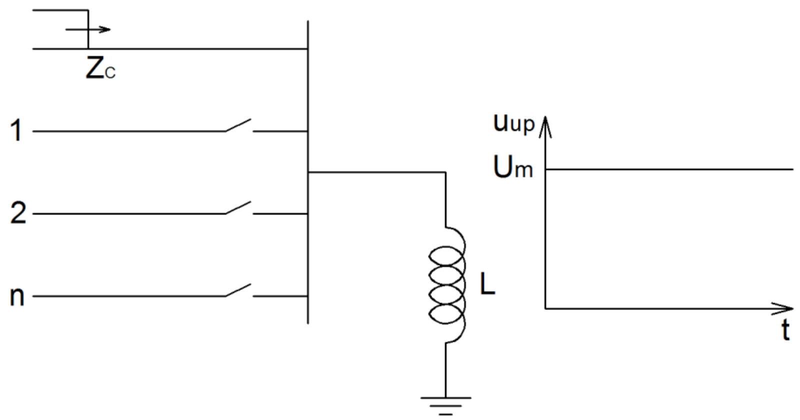


Što je veća kapacitivnost to se dobija manji napon i manja strmina talasa.

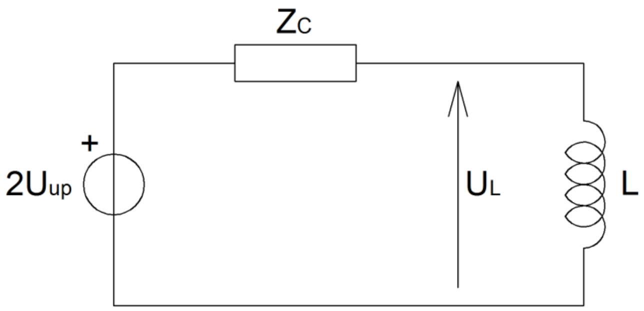
10) Prenaponski talas atmosferskog porekla nailazi po vazdušnom vodu na sabirnice zanemarljivo male kapacitivnosti. Na sabirnicama je priključen naponski transformator koji se zamenjuje koncentrisanom induktivnošću L = 0,5 H. Odrediti oblik i veličinu napona na sabirnicama za sledeća tri slučaja:

a) na sabirnice je priključen samo vod po kome nailazi prenaponski talas;
b) na sabirnicama je priključen još jedan vod;
c) na sabirnicama je priključeno još n vodova. Poseban slučaj je kada je n = 2.

Prenaponski talas se zamenjuje talasom pravougaonog čela i beskonačnog trajanja, amplitude U_m = 170 kV, karakteristične impedanse vodova su Z_c = 400 Ω.



a)



$$u_{up}(t) = U_m h(t) \quad \Rightarrow \quad U_{up}(p) = \frac{U_m}{p}$$

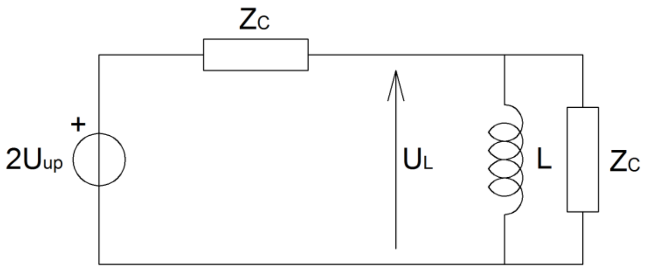
$$U_L(p) = pL\frac{2U_{up}(p)}{Z_c + pL} = \frac{pL}{Z_c + pL}2\frac{U_m}{p}$$

$$U_L(p) = \frac{L}{Z_c\left(1 + p\frac{L}{Z_c}\right)}2U_m = \frac{\frac{L}{Z_c}}{1 + p\frac{L}{Z_c}}2U_m$$

$$T_1 = \frac{L}{Z_c} = \frac{0{,}5}{400} = 1250 \text{ µs}$$

$$u_L(t) = \lim_{p\to -\frac{1}{T_1}}\left(\left(p + \frac{1}{T_1}\right)\frac{T_1}{T_1(p + \frac{1}{T_1})}2U_m e^{pt}\right) = 2U_m e^{-\frac{t}{T_1}}h(t) = 340\, e^{-\frac{t}{1250}}h(t)$$

b)



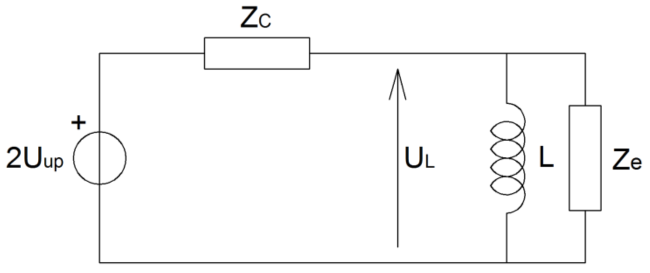
$$U_L(p) = \frac{Z_c pL}{Z_c + pL}\frac{2U_{up}(p)}{Z_c + \frac{Z_c pL}{Z_c + pL}} = \frac{pL}{Z_c + pL}\frac{2U_{up}(p)}{\frac{Z_c + pL + pL}{Z_c + pL}}$$

$$U_L(p) = \frac{pL}{Z_c + 2pL}\,2\frac{U_m}{p} = \frac{2\frac{L}{Z_c}}{1 + p2\frac{L}{Z_c}}\,U_m$$

$$T_2 = 2\frac{L}{Z_c} = 2\frac{0{,}5}{400} = 2500 \text{ µs}$$

$$u_L(t) = 2U_m e^{-\frac{t}{T_2}}h(t) = 170\, e^{-\frac{t}{2500}}h(t)$$

c)



$$Z_e = \frac{Z_c}{n}$$

$$U_L(p) = \frac{Z_e pL}{Z_e + pL}\frac{2U_{up}(p)}{Z_c + \frac{Z_e pL}{Z_e + pL}}$$

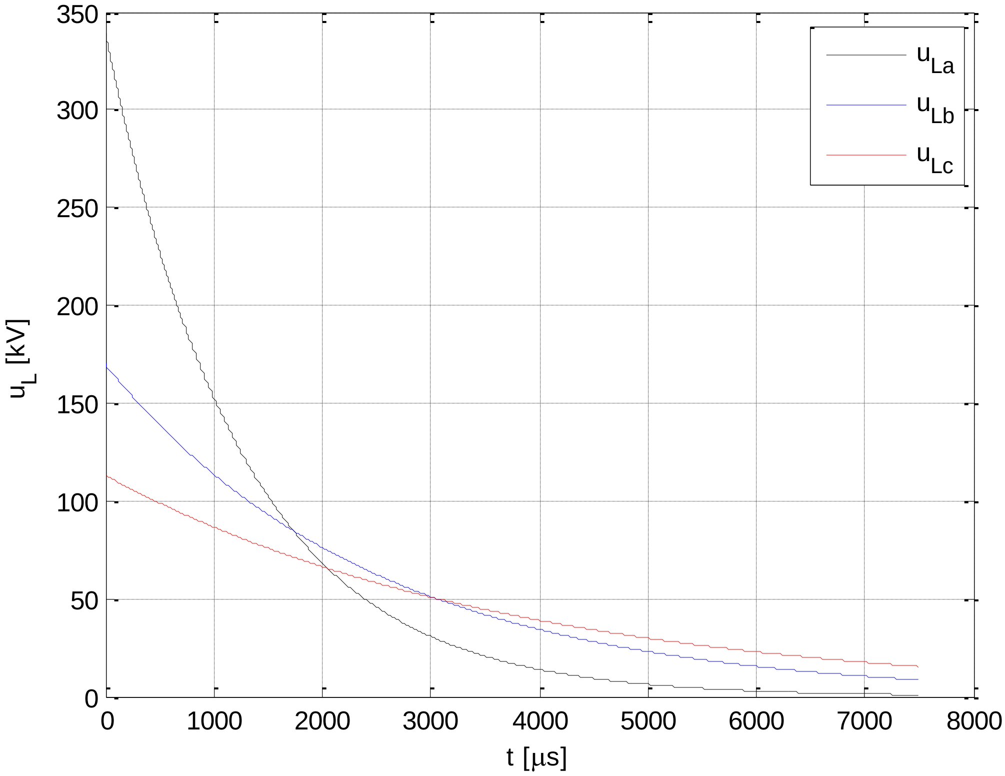
$$U_L(p) = \frac{Z_e pL}{Z_e + pL}\frac{2\frac{U_m}{p}}{\frac{Z_c Z_e + Z_c pL + Z_e pL}{Z_e + pL}}$$

$$U_L(p) = \frac{2Z_e}{Z_c Z_e}\frac{L}{1 + pL\frac{Z_c + Z_e}{Z_c Z_e}}U_m \left| \frac{\frac{Z_c + Z_e}{Z_c Z_e}}{\frac{Z_c + Z_e}{Z_c Z_e}} \right. = \frac{2Z_e}{Z_c Z_e \cdot \frac{Z_c + Z_e}{Z_c Z_e}}\frac{L\frac{Z_c + Z_e}{Z_c Z_e}}{1 + pL\frac{Z_c + Z_e}{Z_c Z_e}}U_m$$

$$U_L(p) = \frac{2Z_e}{Z_c + Z_e}\frac{T_3}{1 + pT_3}U_m$$

$$T_3 = L\frac{Z_c + Z_e}{Z_c Z_e} \quad \text{za } n = 2 \quad T_3 = L\frac{\frac{3}{2}Z_c}{\frac{Z_c{}^2}{2}} = 3\frac{0{,}5}{400} = 3750\ \mu\text{s}$$

$$u_L(t) = \frac{2}{3}U_m e^{-\frac{t}{T_3}}h(t) = 113{,}33\ e^{-\frac{t}{3750}}h(t)$$

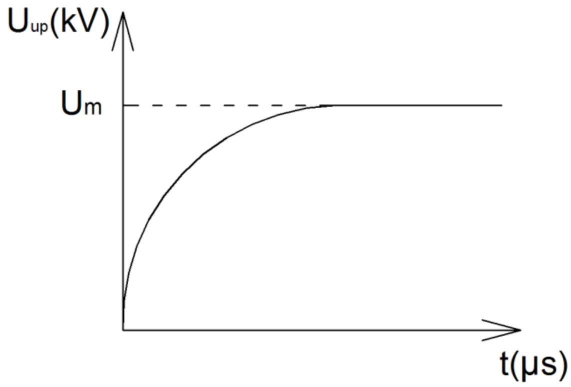


Što je veći broj vodova amplituda prenapnona na sabirnicama je manja, a brzina promene je manja na začelju talasa.

11) Uraditi prethodni zadatak pod a) uz pretpostavku da je upadni prenaponski talas modelovan talasom eksponencijalnog čela i beskonačnog trajanja. Vreme trajanja čela je 1µs, a amplituda 170 kV.

$$u_{up}(t) = U_m\left(1 - e^{-bt}\right) \quad b = \frac{\ln 7}{0{,}6 \cdot T_č} = 3{,}243\ \frac{1}{\mu\text{s}}$$

$$U_{up}(p) = U_m\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p + b}\right) = U_m\frac{p + b - p}{p(p + b)} = U_m\frac{b}{p(p + b)}$$



$$U_L(p) = pL\frac{2U_{up}(p)}{Z_c + pL} = \frac{pL}{Z_c + pL}2U_m\frac{b}{p(p+b)}$$

$$U_L(p) = \frac{\frac{L}{Z_c}}{1 + p\frac{L}{Z_c}}2U_m\frac{b}{p+b} = \frac{T_1}{1 + pT_1}2U_m\frac{b}{p+b}$$

$$T_1 = \frac{L}{Z_c} = \frac{0{,}5}{400} = 1250\ \mu\text{s}$$

$$u_L(t) = \lim_{p\to -\frac{1}{T_1}}\left(\left(p + \frac{1}{T_1}\right)\frac{T_1 \cdot 2U_m \cdot e^{pt}}{T_1(p + \frac{1}{T_1})}\frac{b}{p+b}\right) + \lim_{p\to -b}\left((p+b)\frac{T_1 \cdot 2U_m \cdot e^{pt}}{T_1(p + \frac{1}{T_1})}\frac{b}{p+b}\right)$$

$$u_L(t) = 2U_m\frac{bT_1}{bT_1 - 1}\left(e^{-\frac{t}{T_1}} - e^{-bt}\right)h(t) = 340{,}084\left(e^{-\frac{t}{1250}} - e^{-3{,}243t}\right)h(t)$$

$$\frac{\partial u_L(t)}{\partial t} = 0$$

$$C\left(-\frac{1}{T_1}e^{-\frac{t}{T_1}} + be^{-bt}\right) = 0$$

$$e^{-\frac{t}{T_1}}\left(-\frac{1}{T_1} + be^{-bt+\frac{t}{T_1}}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad be^{t\left(\frac{1}{T_1}-b\right)} = \frac{1}{T_1}$$

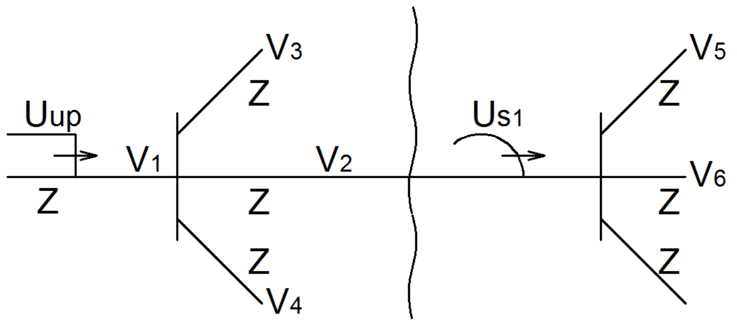
$$e^{t\left(\frac{1}{T_1}-b\right)} = \frac{1}{bT_1}\Big|_{ln} \quad \Rightarrow \quad t\left(\frac{1 - bT_1}{T_1}\right) = \ln\frac{1}{bT_1} \quad \Rightarrow \quad t = \ln\left(\frac{1}{bT_1}\right)^{\frac{T_1}{1-bT_1}}$$

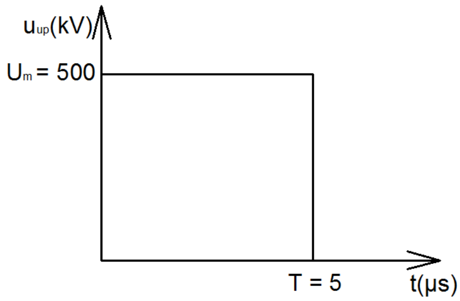
$$U_{Lmax} = 2U_m\frac{bT_1}{bT_1 - 1}\left(\left(\frac{1}{bT_1}\right)^{\frac{T_1}{1-bT_1}\cdot\left(-\frac{1}{T_1}\right)} - \left(\frac{1}{bT_1}\right)^{\frac{-b\cdot T_1}{1-bT_1}}\right) = 339{,}3\ \text{kV}$$

Primena Petersenovog pravila u više tačaka razdvojenih vodovima

Petersenovo pravilo se najpre primenjuje na onu tačku u koju nailazi prenaponski talas. Prelomljeni talas iz prve tačke predstavlja upadni talas za sledeću tačku. Pri ovakvoj primeni Petersenovog pravila zanemaruje se prigušenje i izobličenje talasa prilikom prostiranja duž vodova između dve čvorne tačke. Potrebno je uvažiti i vreme prostiranja talasa između prve i druge čvorne tačke.

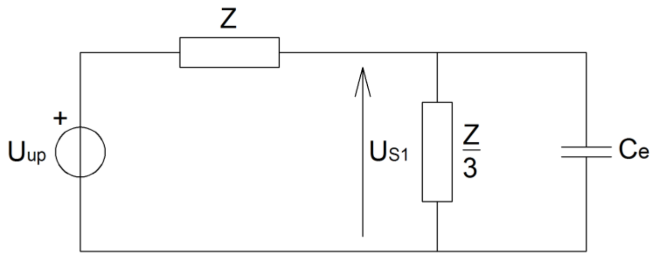
12) Na slici je prikazan deo EES-a koji se sastoji iz dva razvodna postrojenja koja su međusobno spojena vodom dužine d. Ako je kapacitivnost sabirnica S_1 jednaka kapacitetu sabirnica S_2 i iznosi C, odrediti promenu napona na sabirnicama S_2 pod uticajem prenaponskog talasa pravougaonog oblika amplitude U_m i trajanja T koji putuje po vodu V_1. potrebni podaci: C = 10 nF, U_m = 500 kV, T = 5 μs, Z_c = 400 Ω, d = 30 km.





$$u_{up}(t) = U_m\big(h(t) - h(t-T)\big) \quad \Rightarrow \quad U_{up}(p) = \frac{U_m}{p}\left(1 - e^{-pT}\right)$$

Napon koji se dobija na sabirnicama važi samo dok se ne pojavi reflektovana komponenta.



$$U_{S1}(p) = \frac{\frac{Z}{3}\frac{1}{pC}}{\frac{Z}{3}+\frac{1}{pC}}\frac{2U_{up}(p)}{Z+\frac{\frac{Z}{3}\frac{1}{pC}}{\frac{Z}{3}+\frac{1}{pC}}} = \frac{\frac{Z}{3pC}}{\frac{3+ZpC}{3pC}}\frac{2U_{up}(p)}{Z+\frac{Z}{3+ZpC}}$$

$$U_{S1}(p) = \frac{2U_{up}(p)}{4+pCZ} = \frac{1}{1+p\frac{CZ}{4}}\frac{U_{up}(p)}{2}$$

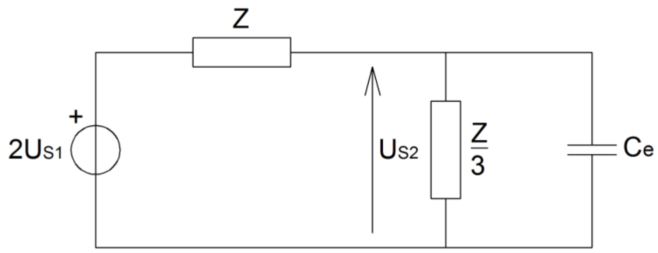
$$T_C = \frac{CZ}{4} = \frac{10\cdot 10^{-9}\cdot 400}{4} = 1\ \mu\mathrm{s}$$

$$(*) \quad U_{S1}(p) = \frac{1}{1+pT_C}\frac{U_{up}(p)}{2} = \frac{1}{1+pT_C}\frac{U_m}{2p}\left(1-e^{-pT}\right) = \frac{U_m}{2}\frac{1-e^{-pT}}{p(1+pT_C)}$$

$$u_{S1}(t) = \frac{U_m}{2}\left(1-e^{-\frac{t}{T_C}}\right)h(t) - \frac{U_m}{2}\left(1-e^{-\frac{t-T}{T_C}}\right)h(t-T)$$

$$u_{S1}(t) = 250\left(1-e^{-t}\right)h(t) - 250\left(1-e^{-(t-5)}\right)h(t-5)$$

Napon U_{S1} postaje upadni talas za sabirnice S_2.

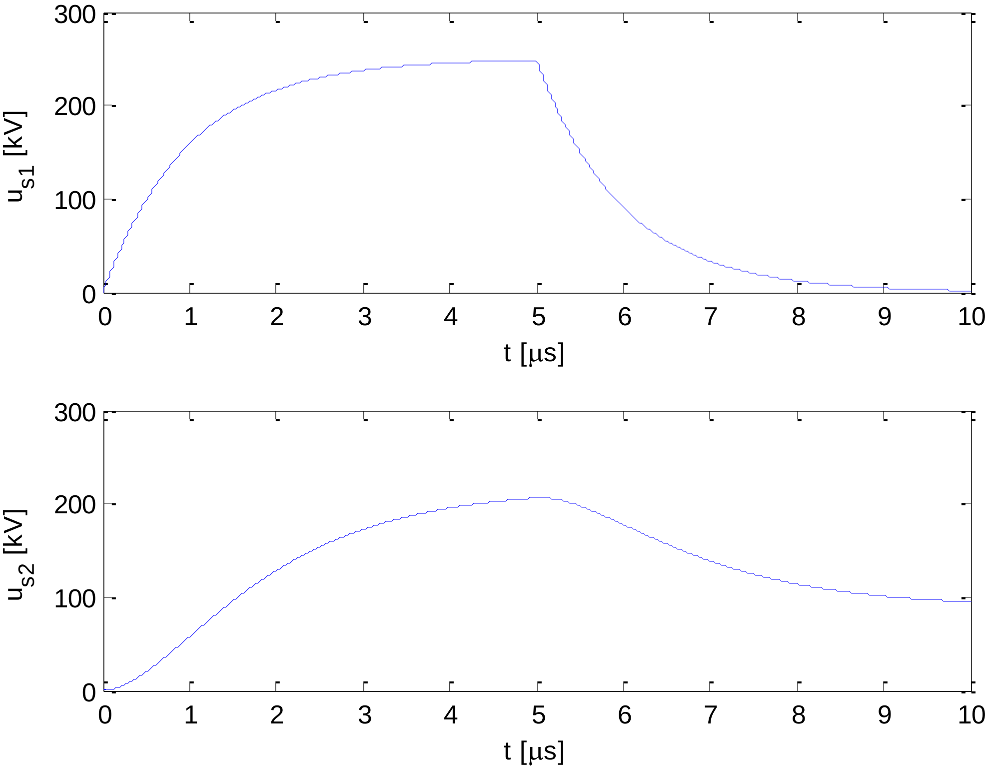


$$(*) \quad \Rightarrow \quad U_{S2}(p) = \frac{1}{1+pT_C}\frac{U_{S1}(p)}{2} = \frac{U_m}{4}\frac{1-e^{-pT}}{p(1+pT_C)^2}$$

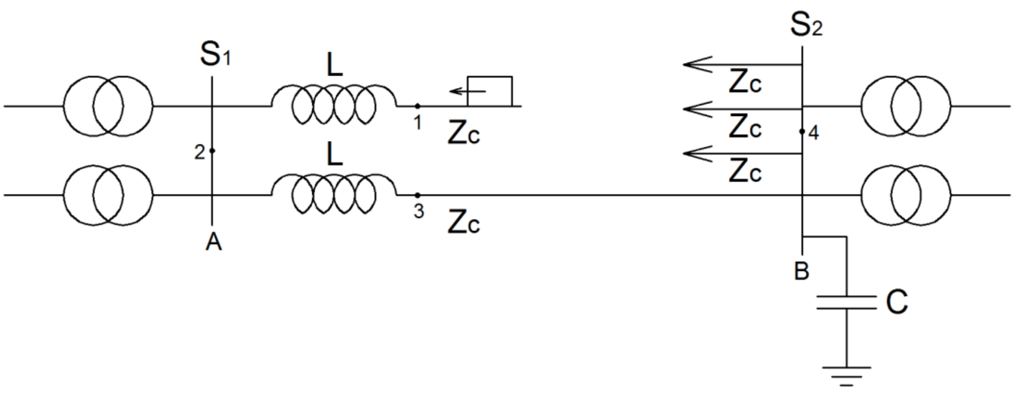
$$u_{S2}(t) = \frac{U_m}{4}\left(1-\left(1+\frac{t}{T_C}\right)e^{-\frac{t}{T_C}}\right)h(t)$$

$$-\frac{U_m}{4}\left(1-\left(1+\frac{t-T}{T_C}\right)e^{-\frac{t-T}{T_C}}\right)h(t-T)$$

$$u_{S2}(t) = 125\left(1-(1+t)e^{-t}\right)h(t) - 125\left(1-(1+t-5)e^{-(t-5)}\right)h(t-5)$$

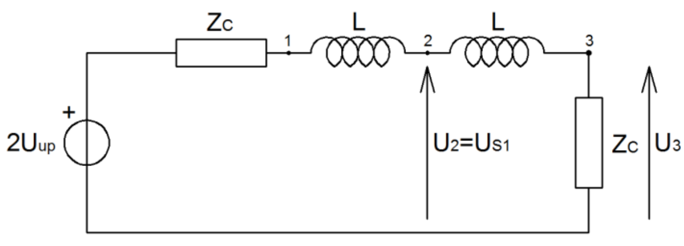


13) Na slici je prikazan deo EES-a koji se sastoji iz dva razvodna postrojenja povezana vodom V_2 dužine d. Vod V_1 je pogođen atmosferskim pražnjenjem. Prenaponski talas atmosferskog porekla se zamenjuje pravougaonim talasom amplitude U_m i trajanja T. Odrediti oblike i veličinu prenapona na sabirnicama S_1 u postrojenju A i na sabirnicama S_2 u postrojenju B. Smatrati da se pri prostiranju prenaponskog talasa duž voda V_2 ne događa prigušenje i izobličenje talasa. Smatrati da transformatori imaju beskonačno veliku ulaznu impedansu. Posebni podaci: d = 18 km, U_m = 170 kV, T = 5 μs, Z_C = 400 Ω, induktivnost L za ograničavanje struje kratkog spoja je L = 2 mH, kapacitivnost sabirnica S_2 je C = 5 nF, dok je kapacitivnost sabirnica S_1 zanemarljiva. Pri rašavanju zadatka ne treba uzimati u obzir efekte višestrukih refleksija, već posmatrati pojave u periodu za koji talas može da pređe dvostruku dužinu voda V_2.



$$u_{up}(t) = U_m\big(h(t) - h(t-T)\big) \quad \Rightarrow \quad U_{up}(p) = \frac{U_m}{p}\left(1 - e^{-pT}\right)$$

Petersenova šema za sabirnice S_1.



$$U_2(p) = (Z_C + pL)\frac{2U_{up}(p)}{2(Z_C + pL)} = U_{up}(p)$$

$$U_2(p) = \frac{U_m}{p}(1 - e^{-pT})$$

$$u_2(t) = u_{up}(t) = U_m\big(h(t) - h(t - T)\big)$$

$$u_2(t) = 170\big(h(t) - h(t - 5)\big),\ \ \text{kV, t (μs)}$$

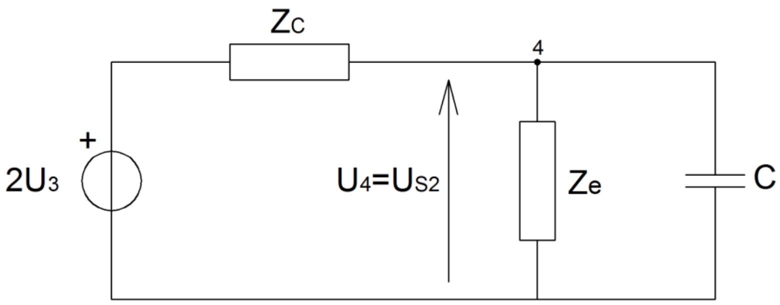
Napon U_3 predstavlja upadni talas za sabirnice S_2.

$$U_3(p) = Z_C\frac{2U_{up}(p)}{2(Z_C + pL)} = \frac{Z_C}{Z_C + pL}\frac{U_m}{p}(1 - e^{-pT}) = \frac{1 - e^{-pT}}{p\left(1 + p\dfrac{L}{Z_C}\right)}U_m$$

$$T_L = \frac{L}{Z_c} = \frac{2\cdot 10^{-3}}{400} = 5\ \text{μs}$$

$$u_3(t) = 170\left(1 - e^{-\frac{t}{5}}\right)h(t) - 170\left(1 - e^{-\frac{t-5}{5}}\right)h(t - 5),\ \text{kV, t(μs)}$$

Petersenova šema za sabirnice S_2.



$$u_{upS_2}(t) = u_3(t - T_{V2})$$

T_{V2} je vreme koje je potrebno talasu da stične iz postrojenja A do postrojenja B. Može da se usvoji i druga vremenska osa, tako da važi:

$$u_{upS_2}(t) = u_3(t)$$

$$U_4(p) = \frac{Z_e\dfrac{1}{pC}}{Z_e + \dfrac{1}{pC}}\ \frac{2U_3(p)}{Z_C + \dfrac{Z_e\dfrac{1}{pC}}{Z_e + \dfrac{1}{pC}}}$$

$$U_4(p) = \frac{Z_e}{1 + pCZ_e}\ \frac{2U_3(p)}{Z_C + \dfrac{Z_e}{1 + pCZ_e}} = \frac{2Z_e}{Z_C + Z_e + pCZ_eZ_C}\ U_3(p)$$

$$U_4(p) = \frac{2Z_e}{Z_C + Z_e}\ \frac{1}{1 + pC\dfrac{Z_eZ_C}{Z_C + Z_e}}\ U_3(p) = \frac{2Z_e}{Z_C + Z_e}\ \frac{1}{1 + pT_C}\ U_3(p)$$

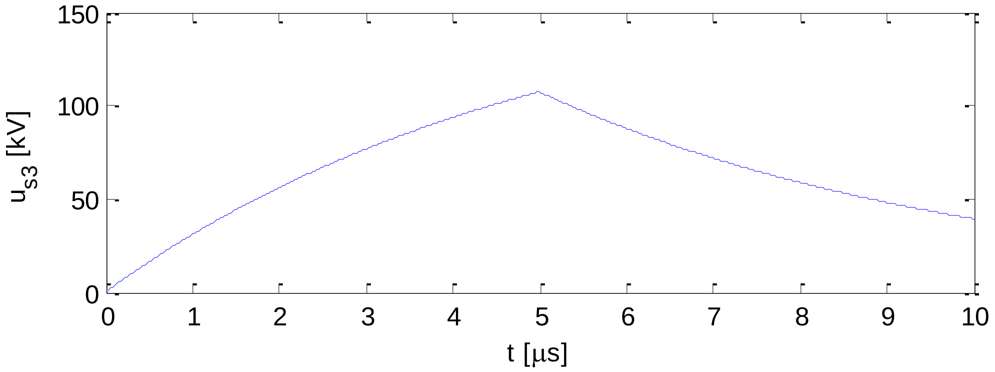
$$T_C = C\frac{Z_eZ_C}{Z_C + Z_e} = C\frac{\dfrac{Z_C}{3}Z_C}{Z_C + \dfrac{Z_C}{3}} = C\frac{Z_C}{4} = 5\cdot 10^{-9}\frac{400}{4} = 0{,}5\ \text{μs}$$

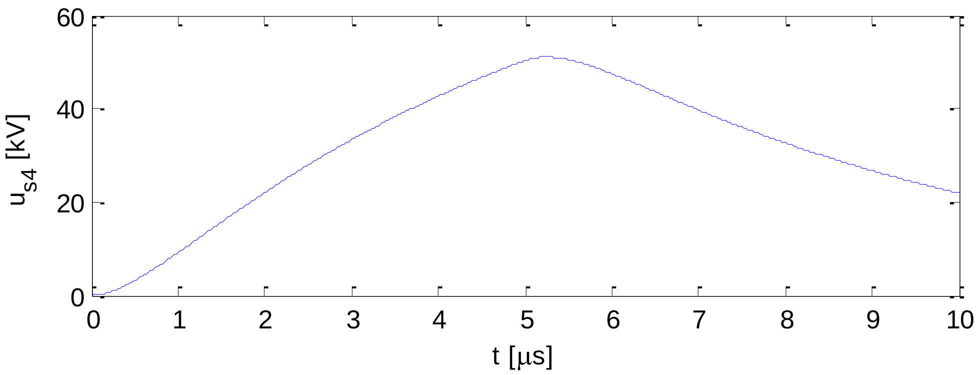
$$U_4(p) = \frac{2Z_e}{Z_C + Z_e}\ \frac{1 - e^{-pT}}{p(1 + pT_C)(1 + pT_L)}U_m$$

$$u_4(t) = \frac{2Z_e}{Z_C + Z_e}U_m\Bigg[\left(1 - \frac{T_C}{T_C - T_L}e^{-\frac{t}{T_C}} + \frac{T_L}{T_C - T_L}e^{-\frac{t}{T_L}}\right)h(t) - \left(1 - \frac{T_C}{T_C - T_L}e^{-\frac{t-T}{T_C}} + \frac{T_L}{T_C - T_L}e^{-\frac{t-T}{T_L}}\right)h(t - T)\Bigg]$$

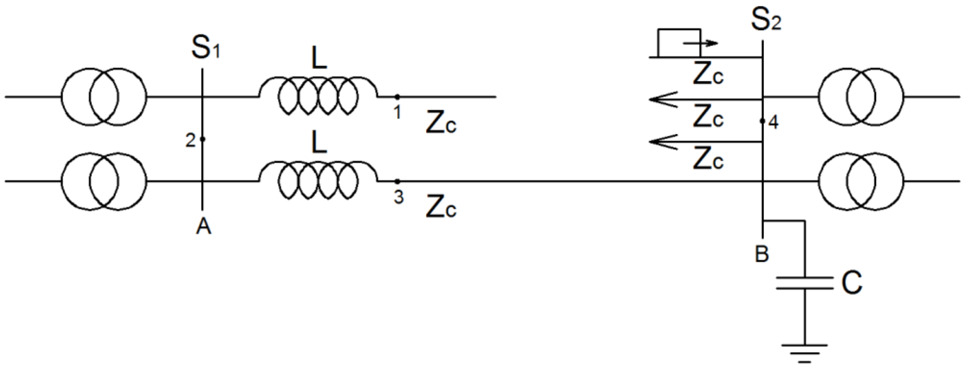
$$u_4(t) = 85\left(1 + 0{,}11e^{-\frac{t}{0,5}} - 1{,}11e^{-\frac{t}{5}}\right)h(t) - 85\left(1 + 0{,}11e^{-\frac{t-5}{0,5}} - 1{,}11e^{-\frac{t-5}{5}}\right)h(t - 5)$$

Nije potrebno ponetati za $T_{V2} = d/v = 60$ μs zato što je pomeren koordinatni sistem.



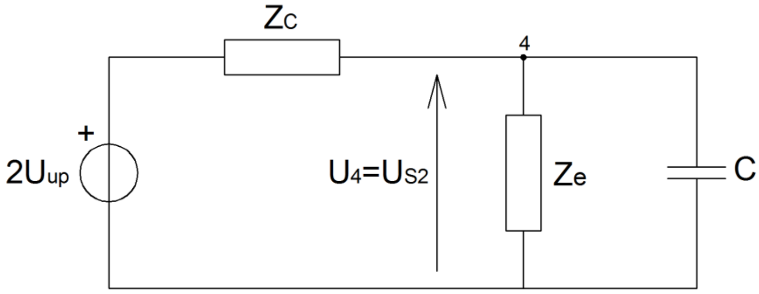


14) Uraditi prethodni zadatak za slučaj kada prenaponski talas nailazi po jednom od vazdušnih vodova u postrojenje B, prelama se na sabirnicama S_2, putuje po vodu V_2 i nailazi na postrojenje A. Oblik prenaponskog talasa je identičan kao u prethodnom zadatku.



$$u_{up}(t) = U_m\big(h(t) - h(t-T)\big) \quad \Rightarrow \quad U_{up}(p) = \frac{U_m}{p}(1 - e^{-pT})$$

Petersenovo pravilo se sada primenjuje prvo na sabirnice S_2.



Iz prethodnog zadatka:

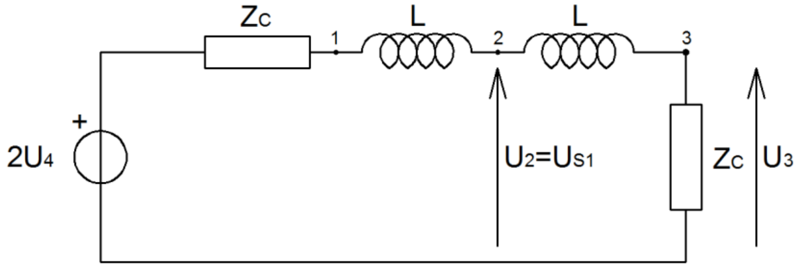
$$U_4(p) = \frac{2Z_e}{Z_C + Z_e}\,\frac{1}{1 + pT_C}\,U_3(p)$$

$$U_4(p) = \frac{2Z_e}{Z_C + Z_e}\,\frac{1 - e^{-pT}}{p(1 + pT_C)}U_m$$

$$u_4(t) = \frac{2Z_e}{Z_C + Z_e} U_m \left[\left(1 - e^{-\frac{t}{T_C}}\right) h(t) - \left(1 - e^{-\frac{t-T}{T_C}}\right) h(t-T) \right]$$

$$u_4(t) = 85 \left(1 - e^{-\frac{t}{0,5}}\right) h(t) - \left(1 - e^{-\frac{t-5}{0,5}}\right) h(t-5)$$

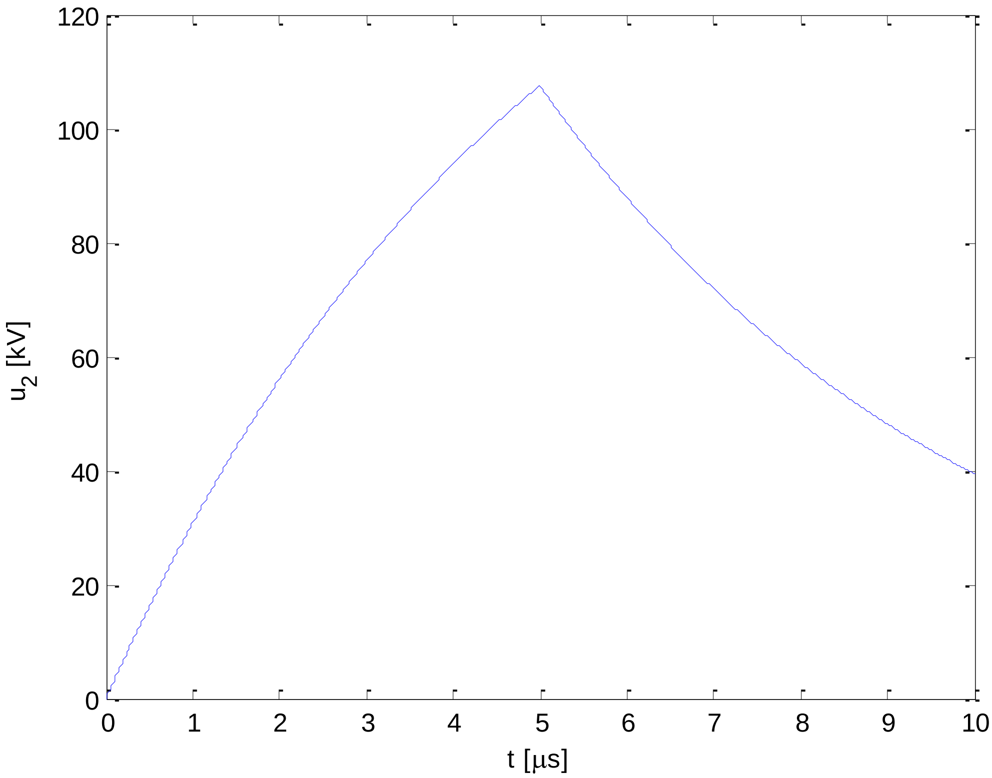
u_4(t) je istovremeno i upadna komponenta koja putuje po vodu V_2 u sabirnice S_1. Ponovo se usvaja novi koordinatni sistem.



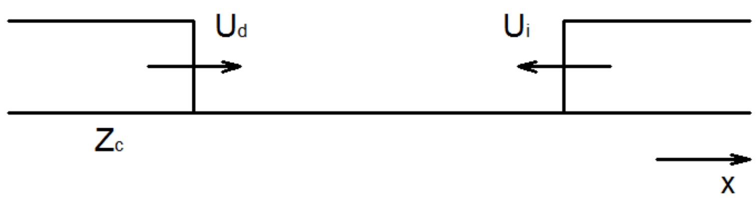
$$U_2(p) = (Z_C + pL) \frac{2U_4(p)}{2(Z_C + pL)} = U_4(p)$$

$$u_2(t) = u_4(t) = 85 \left(1 - e^{-\frac{t}{0,5}}\right) h(t) - \left(1 - e^{-\frac{t-5}{0,5}}\right) h(t-5)$$

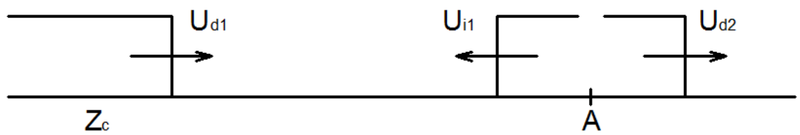
$$U_{max} = u_2(T) = u_4(T)$$



Primena mrežnog dijagrama



$$U = U_d + U_i \quad I = I_d + I_i = \frac{U_d}{Z_C} - \frac{U_i}{Z_C}$$



$$U_A = U_{d1} + U_{i1} = U_{d2} + U_{i2}$$
$$I_A = I_{d1} + I_{i1} = I_{d2} + I_{i2}$$

Oba voda sadrže tačku A. $U_{i2} = 0$ i I_{i2} pošto se smatra da je vod beskonačno dugačak.

$$U_{d1} + U_{i1} = U_{d2} \qquad (1)$$

$$\frac{U_{d1}}{Z_{C1}} - \frac{U_{i1}}{Z_{C1}} = \frac{U_{d2}}{Z_{C2}} \qquad (2)$$

Poznato je $U_{d1} \rightarrow I_{d1} = U_{d1}/ Z_{C1}$.

Množenjem izraza (2) sa Z_{C1} i dodavanjem izrazu (1) dobija se:

$$U_{d2} = \frac{2Z_{C2}}{Z_{C1} + Z_{C2}} U_{d1} = \alpha_{1A} U_{d1}$$

Deljenjem izraza (1) sa $-Z_{C2}$ i dodavanjem izrazu (2) dobija se:

$$U_{i1} = \frac{Z_{C2} - Z_{C1}}{Z_{C1} + Z_{C2}} U_{d1} = \beta_{1A} U_{d1}$$

α_{1A} je koeficijent prelamanja, β_{1A} je koeficijent refleksije.

$$I_{d2} = \frac{2Z_{C1}}{Z_{C1} + Z_{C2}} I_{d1} = \alpha_{i1A} I_{d1}$$

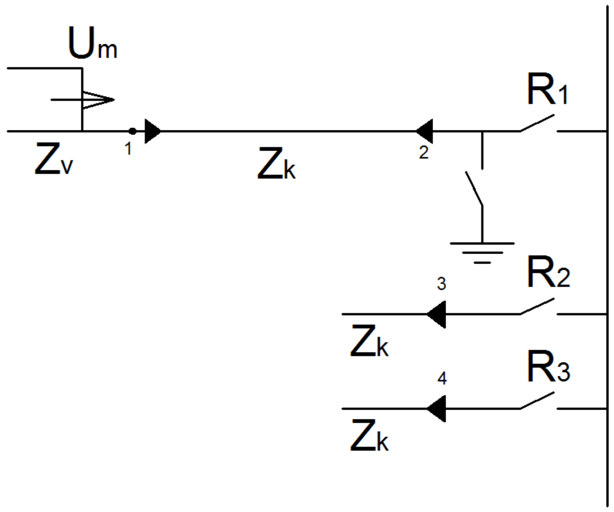
$$I_{i1} = \frac{Z_{C1} - Z_{C2}}{Z_{C1} + Z_{C2}} I_{d1} = \beta_{i1A} I_{d1}$$

$$\alpha_{1A} - \beta_{1A} = 1$$
$$\alpha_{i1A} - \beta_{i1A} = 1$$

15) Vazdušni vod karakteristične impedanse Z_v prelazi na kablovski vod karakteristične impedanse Z_k na rastojanju d od ulaza u razvodno postrojenje prema slici. Analizirati slučaj koji nastaje pri udaru groma u vazdušni vod pri čemu se formira pravougaoni talas beskonačnog trajanja, amplitude U_m, u sledećim slučajevima:

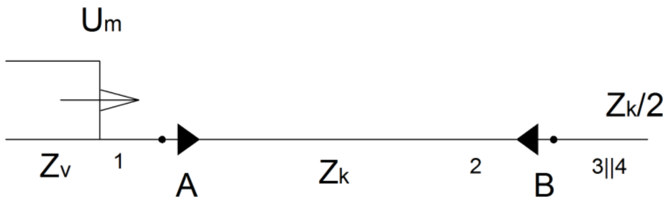
a) svi rastavljači su u radnom položaju;
b) uključen samo rastavljač R_1;
c) isključeni svi rastavljači a kraj kabla je uzemljen.

Parametri mreže su: $Z_v = 390\ \Omega$, $Z_k = 50\ \Omega$, d = 320 m, $U_m = 170$ kV, $v_k = 160000$ km/s (brzina prostiranja talasa po kablu), podnosivi udarni napon kabla $U_i = 170$ kV. Da li je potrebno i na kom mestu postaviti odvodnik prenapona.



Na kablu 2 će se dešavati višestruke refleksije, svi ostali vodovi su beskonačno dugački.

a) Zamenska šema; kablovi 3 i 4 mogu se ekvivalentirati jednim vodom



Kada talas dođe u tačku A on se reflektuje i prelama, kao i kad dođe u tačku B.

Kod tačke A imamo prelaz sa Z_v na Z_k, dok kod tačke B imamo prelaz sa Z_k na $Z_k/2$.

$$\boxed{\alpha_{1A} = \frac{2Z_k}{Z_v + Z_k} = \frac{2 \cdot 50}{50 + 390} = 0{,}227} \qquad \beta_{1A} = \frac{Z_k - Z_v}{Z_v + Z_k} = \frac{50 - 390}{390 + 50} = -0{,}773$$

$$\alpha_{2B} = \frac{2\frac{Z_k}{2}}{Z_k + \frac{Z_k}{2}} = \frac{2}{3} = 0{,}667 \qquad \boxed{\beta_{2B} = \frac{\frac{Z_k}{2} - Z_v}{\frac{Z_k}{2} + Z_k} = -\frac{1}{3} = -0{,}333}$$

$$\alpha_{2A} = \frac{2Z_v}{Z_v + Z_k} = \frac{2 \cdot 390}{50 + 390} = 1{,}773 \qquad \boxed{\beta_{2A} = \frac{Z_v - Z_k}{Z_v + Z_k} = \frac{390 - 50}{390 + 50} = 0{,}773}$$

Za primenu mrežnog dijagrama nisu potrebni svi ovi koeficijenti pošto nam komponente koje se prenose po beskonačnim vodovima nisu od koristi.

$$T = \frac{d}{v_k} = \frac{320 \text{ m}}{160 \ \frac{\text{m}}{\mu\text{s}}} = 2 \ \mu\text{s}$$

Prostiranje talasa duž voda 2 se predstavlja pravama. Množenjem amplitude U_m sa koeficijentima na pravoj dobija se vrednost napona. Nagib svake komponente, $\tan\theta = T/d = 1/v_k$, je obrnuto srazmeran brzini prostiranja talasa po vodu.

$$u_A(t) = \alpha_{1A}u_{up}(t) + \alpha_{1A}\beta_{2B}(1+\beta_{2A})u_{up}(t-2T) + \alpha_{1A}\beta_{2B}^2\beta_{2A}(1+\beta_{2A})u_{up}(t-4T)$$
$$+ \alpha_{1A}\beta_{2B}^3\beta_{2A}^2(1+\beta_{2A})u_{up}(t-6T) + \alpha_{1A}\beta_{2B}^4\beta_{2A}^3(1+\beta_{2A})u_{up}(t-8T) + \cdots$$

$$u_B(t) = \alpha_{1A}(1+\beta_{2B})u_{up}(t-T) + \alpha_{1A}\beta_{2B}\beta_{2A}(1+\beta_{2B})u_{up}(t-3T) + \alpha_{1A}\beta_{2B}^2\beta_{2A}^2(1+\beta_{2B})u_{up}(t-5T)$$
$$+ \alpha_{1A}\beta_{2B}^3\beta_{2A}^3(1+\beta_{2B})u_{up}(t-7T) + \cdots$$

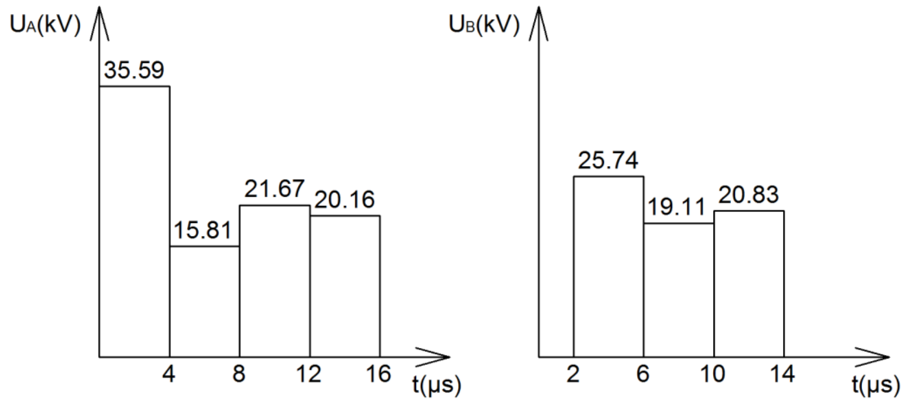
$$u_{up}(t) = U_m h(t)$$

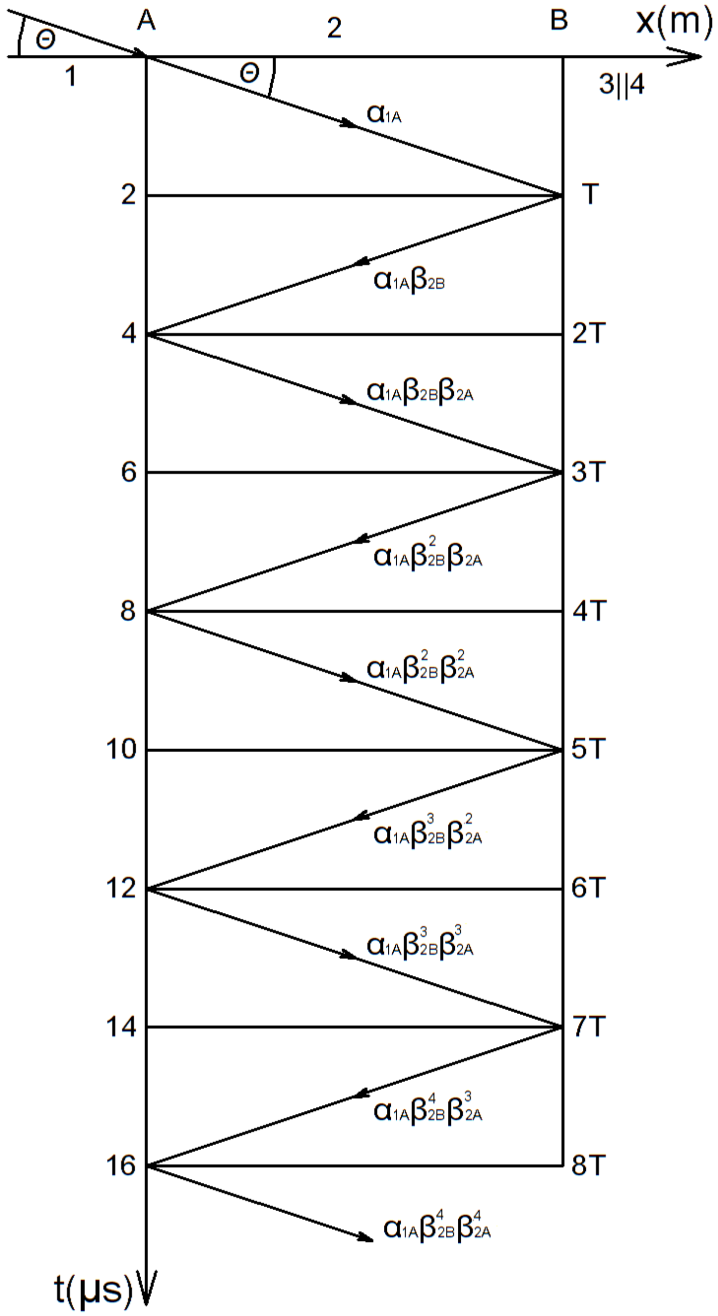
$$u_A(t) = U_m[\alpha_{1A}h(t) + \alpha_{1A}\beta_{2B}(1+\beta_{2A})h(t-2T) + \alpha_{1A}\beta_{2B}^2\beta_{2A}(1+\beta_{2A})h(t-4T)$$
$$+ \alpha_{1A}\beta_{2B}^3\beta_{2A}^2(1+\beta_{2A})h(t-6T) + \alpha_{1A}\beta_{2B}^4\beta_{2A}^3(1+\beta_{2A})h(t-8T) + \cdots]$$

$$u_B(t) = U_m[\alpha_{1A}(1+\beta_{2B})h(t-T) + \alpha_{1A}\beta_{2B}\beta_{2A}(1+\beta_{2B})h(t-3T) + \alpha_{1A}\beta_{2B}^2\beta_{2A}^2(1+\beta_{2B})h(t-5T)$$
$$+ \alpha_{1A}\beta_{2B}^3\beta_{2A}^3(1+\beta_{2B})h(t-7T) + \cdots]$$

$$u_A(t) = 38{,}59h(t) - 22{,}78h(t-4) + 5{,}86h(t-8) - 1{,}5h(t-12) + 0{,}39h(t-16) + \cdots$$

$$u_B(t) = 25{,}74h(t-2) - 6{,}63h(t-6) + 1{,}71h(t-10) - 0{,}44h(t-14) + \cdots$$





Za proračun vrednosti napona u ustaljenom stanju potrebno je izostaviti sve Hevisajdove funkcije zato što posle beskonačnog vremena sve komponente postoje na kablu.

$$u_A(t) = U_m[\alpha_{1A} + \alpha_{1A}\beta_{2B}(1+\beta_{2A}) + \alpha_{1A}\beta_{2B}^2\beta_{2A}(1+\beta_{2A}) + \alpha_{1A}\beta_{2B}^3\beta_{2A}^2(1+\beta_{2A}) + \alpha_{1A}\beta_{2B}^4\beta_{2A}^3(1+\beta_{2A}) + \cdots]$$

$$u_A(t) = U_m[\alpha_{1A} + \alpha_{1A}\beta_{2B}(1+\beta_{2A})(1+\beta_{2B}\beta_{2A} + \beta_{2B}^2\beta_{2A}^2 + \cdots)]$$

Korišćenjem sledećeg izraza može se uprostiti izraz za napon u tačkama A i B:

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$$

$$u_A(t) = U_m\alpha_{1A}\left[1 + \frac{\beta_{2B}(1+\beta_{2A})}{1-\beta_{2B}\beta_{2A}}\right] = U_m\alpha_{1A}\frac{1-\beta_{2B}\beta_{2A}+\beta_{2B}+\beta_{2B}\beta_{2A}}{1-\beta_{2B}\beta_{2A}}$$

$$u_A(t) = U_m\alpha_{1A}\frac{1+\beta_{2B}}{1-\beta_{2B}\beta_{2A}}$$

$$u_B(t) = U_m[\alpha_{1A}(1+\beta_{2B}) + \alpha_{1A}\beta_{2B}\beta_{2A}(1+\beta_{2B}) + \alpha_{1A}\beta_{2B}^2\beta_{2A}^2(1+\beta_{2B}) + \alpha_{1A}\beta_{2B}^3\beta_{2A}^3(1+\beta_{2B}) + \cdots]$$

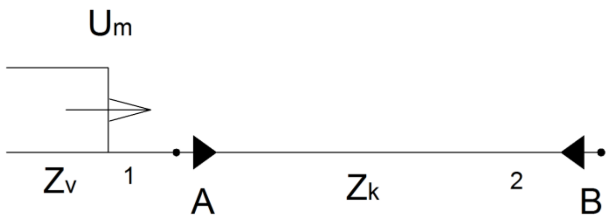
$$u_B(t) = U_m[\alpha_{1A}(1+\beta_{2B})(1+\beta_{2B}\beta_{2A}+\beta_{2B}^2\beta_{2A}^2+\beta_{2B}^3\beta_{2A}^3+\cdots)]$$

$$u_B(t) = U_m\alpha_{1A}\frac{1+\beta_{2B}}{1-\beta_{2B}\beta_{2A}}$$

$$U_A = U_B = 20{,}47\ \text{kV}$$

Izolacija kabla neće biti ugrožena.

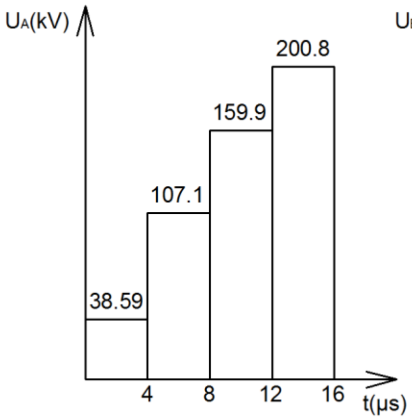
b)

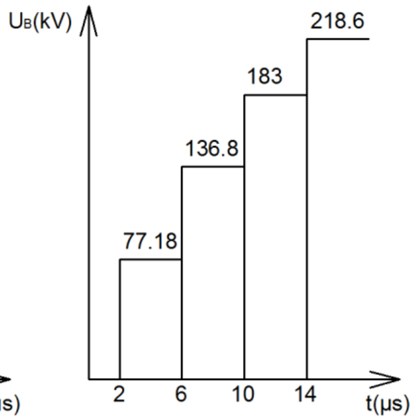


$$\alpha_{1A} = 0{,}227 \qquad \beta_{2B} = \lim_{Z\to\infty}\frac{Z-Z_v}{Z+Z_k} = 1 \qquad \beta_{2A} = 0{,}773$$

$$u_A(t) = 38{,}59h(t) + 68{,}42h(t-4) + 52{,}89h(t-8) + 40{,}9h(t-12) + \cdots$$

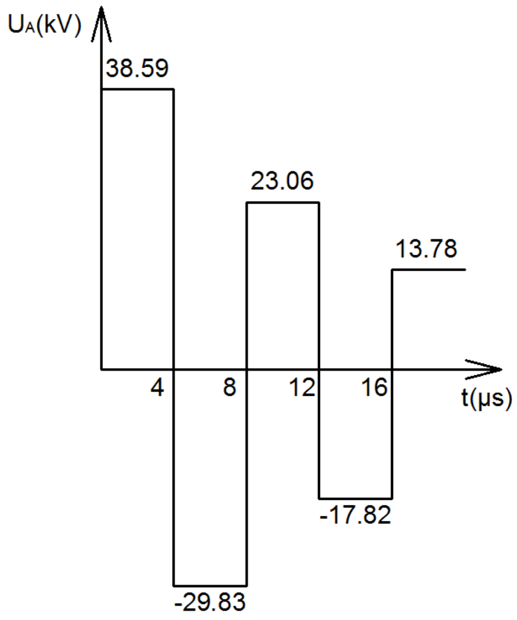
$$u_B(t) = 77{,}18h(t-2) + 59{,}66h(t-6) + 46{,}12h(t-10) + 35{,}65h(t-14) + \cdots$$

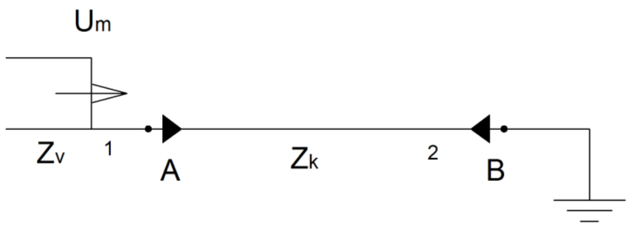




Posle beskonačno refleksija $U_A = U_B = 340\ \text{kV} = 2U_m$, ovde je izolacija ugrožena.

c) Slika





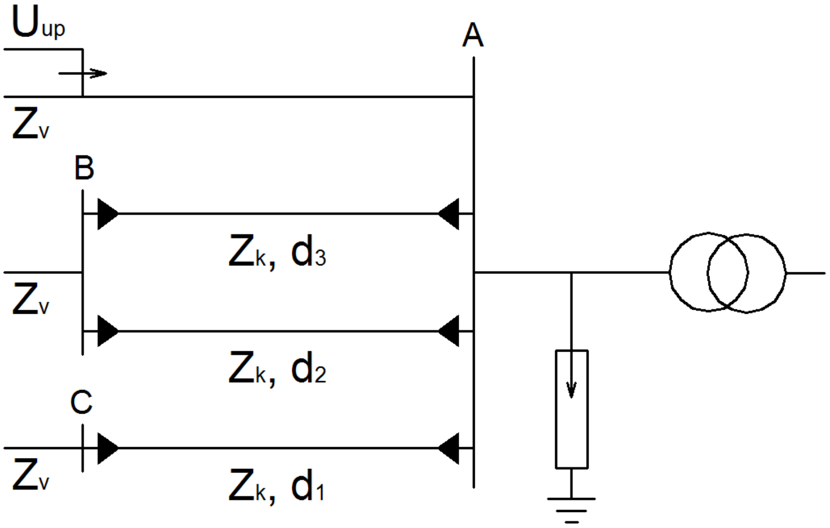
$$\alpha_{1A} = 0{,}227 \qquad \beta_{2B} = \frac{0-Z_v}{0+Z_k} = -1 \qquad \beta_{2A} = 0{,}773$$

$$u_A(t) = 38{,}59h(t) - 68{,}42h(t-4) + 52{,}89h(t-8) - 40{,}9h(t-12) + \cdots$$

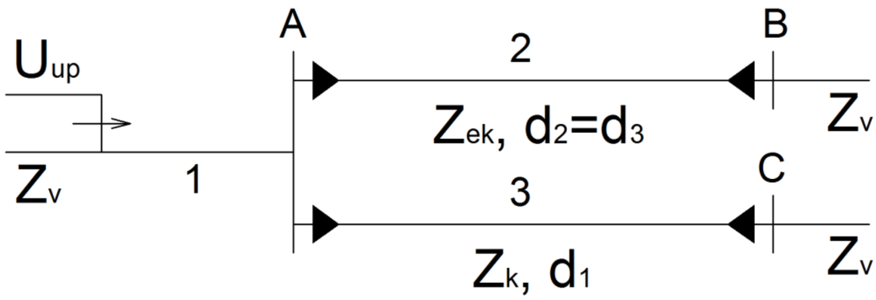
$u_B(t) = 0$ zati što je kraj kabla uzemljen.

U ovom slučaju izolacija nije ugrožena.

16) Na slici je prikazano razvodno postrojenje nazivnog napona 110 kV. Na sabirnice su priključena tri kablovska voda. Po vazdušnom vodu se prostire prenaponski talas koji se zamenjuje talasom pravougaonog čela i beskonačnog trajanja, amplitude U_m. Odrediti vremenski oblik napona na sabirnicama i proveriti da li je transformator ugrožen. Posebni podaci: dužine kablovskih vodova su d_1 = 60 m, d_2 = d_3 = 180 m, na kablove se nastavljaju vrlo dugački vazdušni vodovi, karakteristična impedansa vazdušnog voda je Z_v = 410 Ω, a kablovskog voda Z_k = 45 Ω. Brzina prostiranja talasa po vodovima je v_k = 150 m/μs. Amplituda prenaponskog talasa je U_m = 75 kV i ograničena je udarnim podnosivim naponom vazdušnog voda U_i = 75 kV. Podnosivi napon transformatora je 75 kV, transformator se zamenjuje beskonačno velikom impedansom.



Kablovi 2 i 3 se mogu ekvivalentirati jednim kablom, $Z_{ek} = Z_k/2$.
Smatra se da odvodnik prenapona ne reaguje inače ne bi mogao da se koristi mrežni dijagram.



$$\alpha_{1A} = \frac{2Z_{e1}}{Z_v + Z_{e1}} = \frac{2 \cdot 15}{410 + 15} = 0{,}0706$$

$$Z_{e1} = \frac{Z_{ek}Z_k}{Z_k + Z_{ek}} = \frac{Z_k}{3} = \frac{45}{3} = 15\ \Omega$$

Ekvivalentna impedansa ova dva kabla, ne uzima se Z_v zato što vodovi nisu neposredno iza sabirnica A.

$$\beta_{2A} = \frac{Z_{e2} - Z_{ek}}{Z_{e2} + Z_{ek}} = \frac{40{,}55 - \frac{45}{2}}{40{,}55 + \frac{45}{2}} = 0{,}2863$$

$$Z_{e2} = \frac{Z_v Z_k}{Z_k + Z_v} = \frac{410 \cdot 45}{410 + 45} = 40{,}55\ \Omega$$

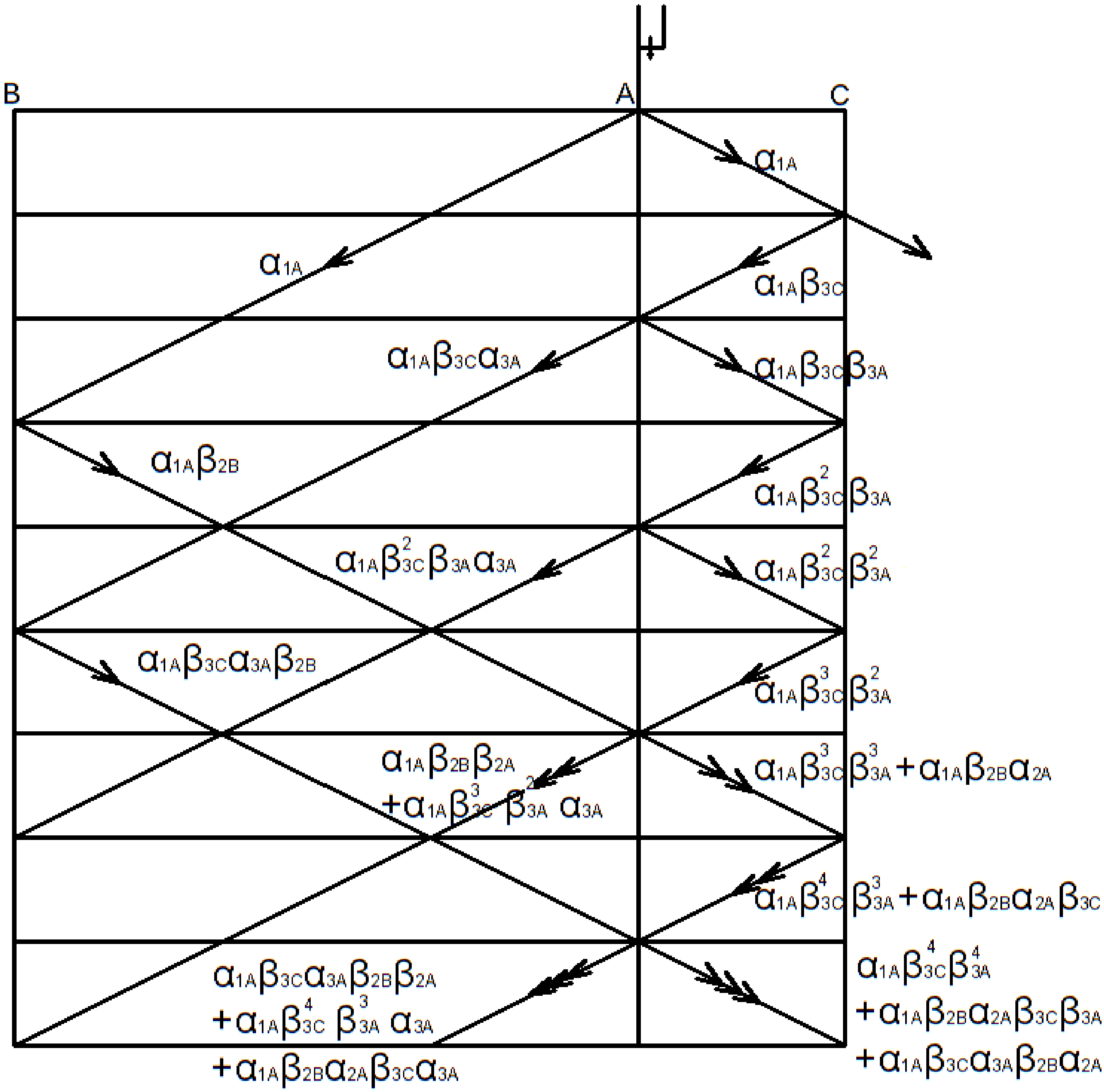
$$\beta_{3A} = \frac{Z_{e3} - Z_k}{Z_{e3} + Z_k} = \frac{21{,}33 - 45}{21{,}33 + 45} = -0{,}3569$$

$$Z_{e3} = \frac{Z_v Z_{ek}}{Z_{ek} + Z_v} = \frac{410 \cdot \frac{45}{2}}{410 + \frac{45}{2}} = 21{,}33\ \Omega$$

$$\alpha_{2A} = \frac{2Z_{e2}}{Z_{ek} + Z_{e2}} = \frac{2 \cdot 40{,}55}{40{,}55 + \frac{45}{2}} = 1{,}2863$$

$$\alpha_{3A} = \frac{2Z_{e3}}{Z_k + Z_{e3}} = \frac{2 \cdot 21{,}33}{21{,}33 + 45} = 0{,}6431$$

$$\beta_{2B} = \frac{Z_v - Z_{ek}}{Z_v + Z_{ek}} = \frac{410 - \frac{45}{2}}{410 + \frac{45}{2}} = 0{,}896$$



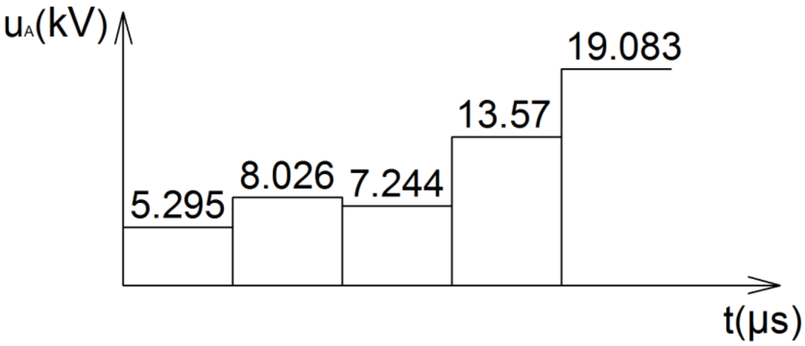
$$\beta_{3C} = \frac{Z_v - Z_k}{Z_v + Z_k} = \frac{410 - 45}{410 + 45} = 0{,}8022$$

$$T_1 = \frac{d_1}{v_k} = \frac{60}{150} = 0{,}4\ \mu s \quad (AC)$$
$$T_2 = \frac{d_2}{v_k} = \frac{180}{150} = 1{,}2\ \mu s \quad (AB)$$

Uzimamo komponente neposredno levo uz tačku A.

$$\begin{aligned} u_A(t) = U_m\big[&\alpha_{1A}h(t) + \alpha_{1A}\beta_{3C}\alpha_{3A}h(t-2T_1) + \alpha_{1A}\beta_{3C}^2\beta_{3A}\alpha_{3A}h(t-4T_1) \\ &+ \big(\alpha_{1A}\beta_{2B}(1+\beta_{2A}) + \alpha_{1A}\beta_{3C}^3\beta_{3A}^2\alpha_{3A}\big)h(t-6T_1) \\ &+ (\alpha_{1A}\beta_{3C}\alpha_{3A}\beta_{2B}(1+\beta_{2A}) + \alpha_{1A}\beta_{3C}^4\beta_{3A}^3\alpha_{3A} + \alpha_{1A}\beta_{2B}\alpha_{2A}\beta_{3C}\alpha_{3A})h(t-8T_1) + \cdots\big] \end{aligned}$$

$$u_A(t) = 5{,}295h(t) + 2{,}731h(t-0{,}8) - 0{,}782h(t-1{,}6) + 6{,}326h(t-2{,}4) + 6{,}233h(t-3{,}2) + \cdots$$



Posle beskonačno refleksija pretpostavlja se da su kablovi kratki.

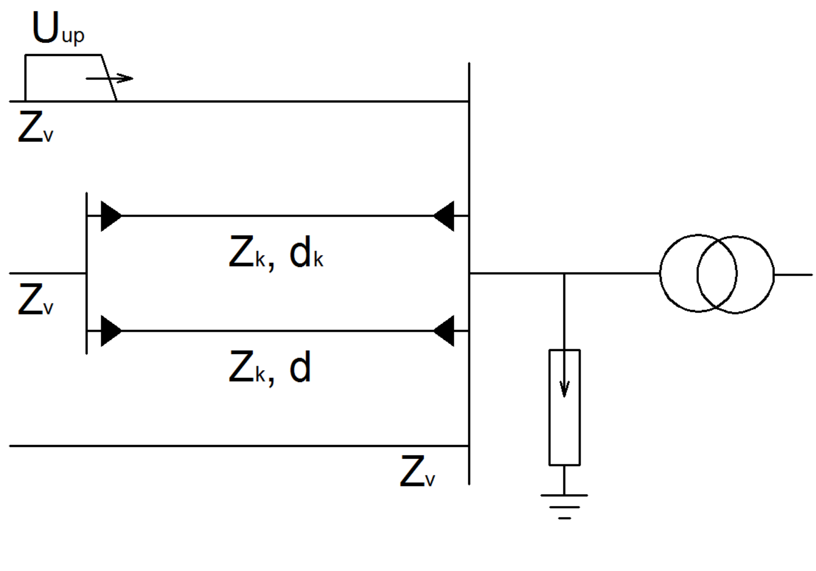
$$\alpha_{1A} = \frac{2\frac{Z_v}{2}}{Z_v + \frac{Z_v}{2}} = \frac{2}{3}$$

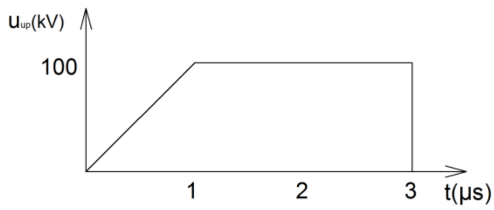
$$U_{max} = \alpha_{1A}U_m = \frac{2}{3}\cdot 75 = 50\ \text{kV} < U_i$$

17) Po vazdušnom vodu priključenom na sabirnice postrojenja nazivnog napona 10 kV prostire se prenaponski talas sečen na začelju, amplitude U_m = 100 kV, trajanje čela $T_č$ = 1 μs i ukupnog trajanja 3 μs. Kablovski vodovi su jednakih dužina d_k = 150 m, i karakterističnih impedansi Z_k = 50 Ω. Brzina prostiranja talasa po vodovima je v_k = 150 m/μs. Vazdušni vodovi su vrlo dugački, karakterističnih impedansi Z_v = 400 Ω.

a) Da li će reagovati odvodnik prenapona sa 100% udarnim naponom reagovanja 43 kV ($U_{100\%}$ = 43 kV).
b) Koliki bi se maksimalni napon javio na sabrnicama nakon beskonačno mnogo refleksija na kablovima smatrajući da je prenaponski talas pravougaonog čela i beskonačnog trajanja.

Pretpostavlja se da odvodnici prenapona ne reaguju. Karakteristične impedanse transformatora se smatraju beskonačno velikim.





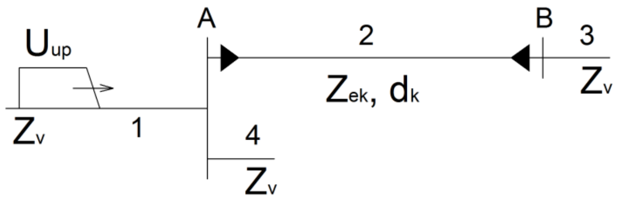
$$\alpha_{1A} = \frac{2Z_{e1}}{Z_v + Z_{e1}} = \frac{2\cdot 23{,}529}{400 + 23{,}529} = 0{,}111$$

$$Z_{e1} = \frac{\frac{Z_k}{2} Z_v}{\frac{Z_k}{2} + Z_v} = \frac{\frac{50}{2} 400}{\frac{50}{2} + 400} = 23{,}529\ \Omega$$

$$\beta_{2A} = \frac{Z_{e2} - \frac{Z_k}{2}}{Z_{e2} + \frac{Z_k}{2}} = \frac{200 - 25}{200 + 25} = 0{,}778$$

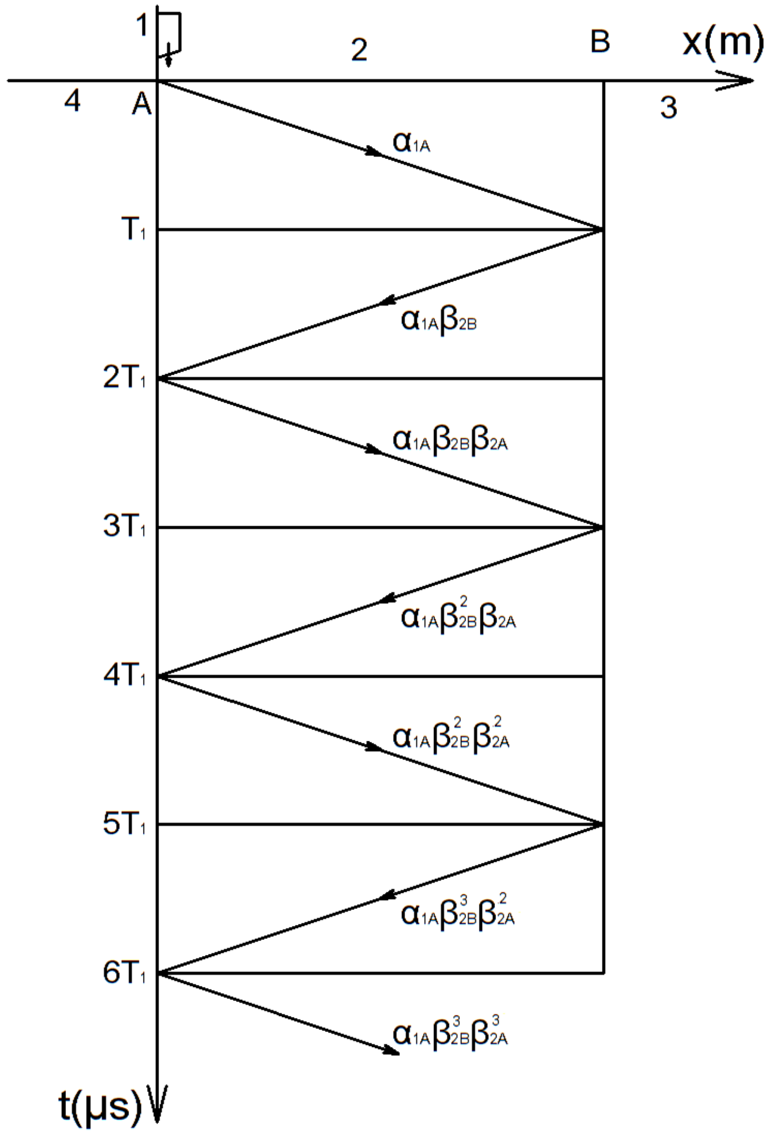
$$Z_{e2} = \frac{Z_v}{2} = 200$$

$$\beta_{2A} = \frac{Z_v - \frac{Z_k}{2}}{Z_v + \frac{Z_k}{2}} = 0{,}882$$

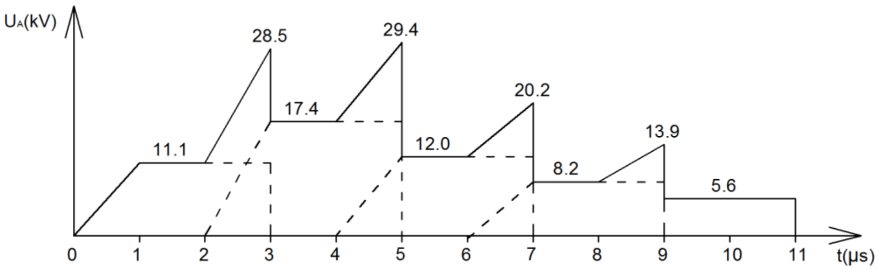


$$T_1 = \frac{d_k}{v_k} = \frac{150}{150} = 1\ \mu\text{s}$$

$$\begin{aligned} u_A(t) &= \alpha_{1A} u_{up}(t) \\ &+ \alpha_{1A}\beta_{2B}(1 + \beta_{2A}) u_{up}(t - 2T_1) \\ &+ \alpha_{1A}\beta_{2B}^2\beta_{2A}(1 + \beta_{2A}) u_{up}(t - 4T_1) \\ &+ \alpha_{1A}\beta_{2B}^3\beta_{2A}^2(1 + \beta_{2A}) u_{up}(t - 6T_1) \\ &+ \alpha_{1A}\beta_{2B}^4\beta_{2A}^3(1 + \beta_{2A}) u_{up}(t - 8T_1) + \cdots \end{aligned}$$



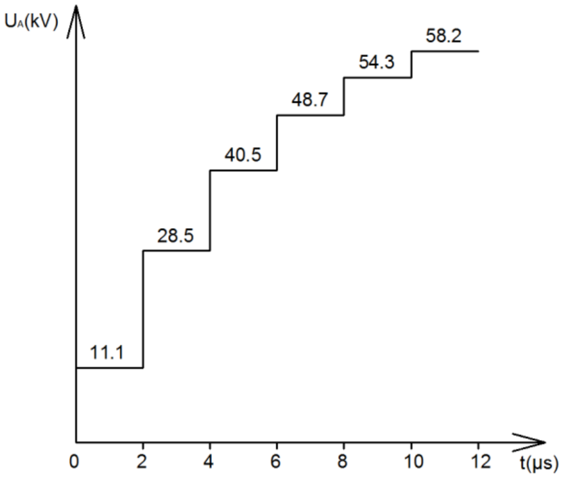
t	koeficijenti uz u_{up}		koef x U_m [kV]
0	α_{1A}	0,111	11,1
$2T_1$	$\alpha_{1A}\beta_{2B}(1+\beta_{2A})$	0,174	17,4
$4T_1$	$\alpha_{1A}\beta_{2B}{}^2\beta_{2A}(1+\beta_{2A})$	0,120	12
$6T_1$	$\alpha_{1A}\beta_{2B}{}^3\beta_{2A}{}^2(1+\beta_{2A})$	0,082	8,2
$8T_1$	$\alpha_{1A}\beta_{2B}{}^4\beta_{2A}{}^3(1+\beta_{2A})$	0,056	5,6



$$U_{Amax} = 29{,}4\text{ kV} < U_{100\%} = 43\text{ kV}$$

b)

$$u_A(t) = \alpha_{1A}u_{up}(t) + \alpha_{1A}\beta_{2B}(1+\beta_{2A})u_{up}(t-2T_1) + \alpha_{1A}\beta_{2B}^2\beta_{2A}(1+\beta_{2A})u_{up}(t-4T_1)$$
$$+ \alpha_{1A}\beta_{2B}^3\beta_{2A}^2(1+\beta_{2A})u_{up}(t-6T_1) + \alpha_{1A}\beta_{2B}^4\beta_{2A}^3(1+\beta_{2A})u_{up}(t-8T_1) + \cdots$$



$$u_A(t\to\infty) = U_m\alpha_{1A}\frac{1+\beta_{2B}}{1-\beta_{2A}\beta_{2B}} = 66{,}67\text{ kV}$$

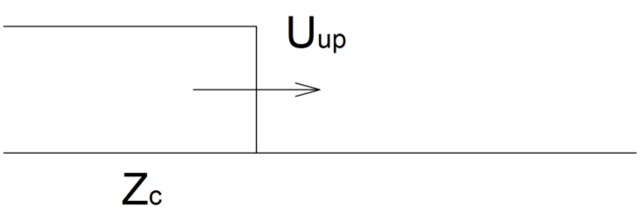
Drugi način za nalaženje $U_A(t\to\infty)$ je da se usvoji pretpostavka da su kablovi kratki, odnosno da ne postoje.

$$\alpha_{1A} = \frac{2\frac{Z_v}{2}}{Z_v + \frac{Z_v}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$U_A = \alpha_{1A}U_m = \frac{2}{3}100 = 66{,}67$$

Bežaronova grafo-analitička metoda

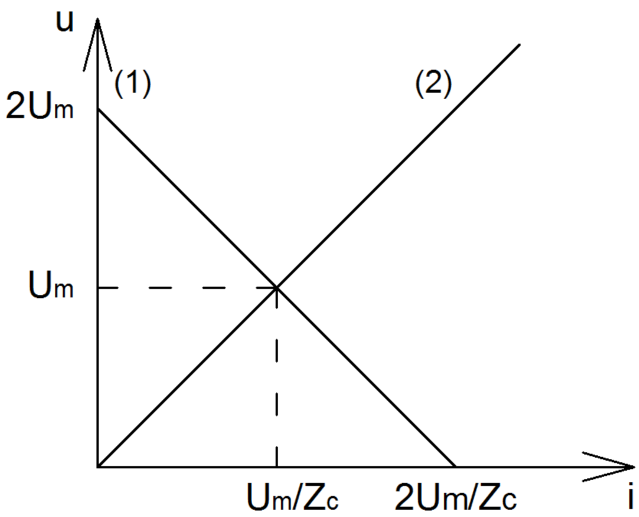
Koristi se za brzu procenu prenaponskih prilika kada mreža sadrži nelinearne elemente, kao što su odvodnici prenapona i zaštitna iskrišta. Mrežni dijagram se može primenjivati samo do trenutka reagovanja odvodnika prenapona.



$$u = U_d + U_i \quad i = I_d + I_i = \frac{U_d}{Z_C} - \frac{U_i}{Z_C}$$

$$u + Z_c i = 2U_d \tag{1}$$

$$u - Z_c i = 2U_i = 0 \tag{2}$$



U izrazu (2) desna strana izraza se izjednačava sa nulom zato što je vod beskonačno dugačak.

$$U_d = U_{up}$$

$$u + Z_c i = 2U_m \quad (3)$$

$$u - Z_c i = 0 \quad (4)$$

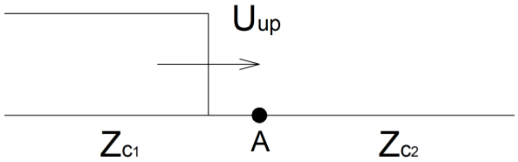
Sabiranjem izraza (3) i (4) dobija se:

$$2u = 2U_m \quad \Rightarrow \quad u = U_m$$

Dok se oduzimanjem izraza (3) i (4) dobija:

$$2Z_c i = 2U_m \quad \Rightarrow \quad i = \frac{U_m}{Z_c}$$

Određivanje režima na deonici koja se sastoji iz dva voda različitih karakterističnih impedansi.



$$u + Z_{c1} i = 2U_{d1} = 2U_m \quad (1) \qquad u + Z_{c2} i = 2U_{d2} \quad (3)$$

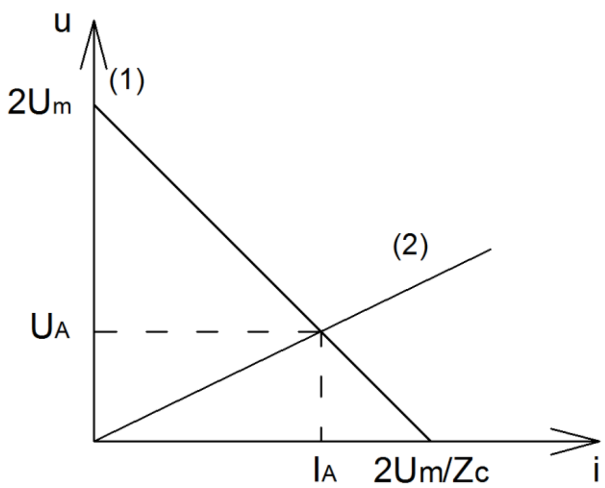
$$u - Z_{c1} i = 2U_i \quad (2) \qquad u - Z_{c2} i = 2U_i = 0 \quad (4)$$

Jednačine (2) i (3) se ne mogu koristiti pošto se ne znaju U_{i1} i U_{d2}.

$u(x,t) + Z_{cj} i(x,t) = 2U_{dj}(t)$ j = 1, 2 direktna karakteristika

$u(x,t) - Z_{cj} i(x,t) = 2U_{ij}(t)$ j = 1, 2 inverzna karakteristika

Direktna karakteristika se odnosi na talas koji se kreće u pravcu porasta x ose, dok se inverzna komponenta kreće u pravcu smanjivanja x ose.



Nagib ove dve krive se razlikuje zbog različitih karakterističnih impedansi.

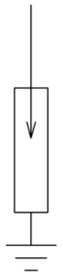
$$u + Z_{c1} i = 2U_{d1} = 2U_m$$

$$u - Z_{c2} i = 0$$

$$i = \frac{u}{Z_{c2}}$$

$$\frac{uZ_{c2} + uZ_{c1}}{Z_{c2}} = 2U_m$$

$$U_A = \frac{2Z_{c2}}{Z_{c1} + Z_{c2}} U_m \qquad I_A = \frac{2U_m}{Z_{c1} + Z_{c2}}$$

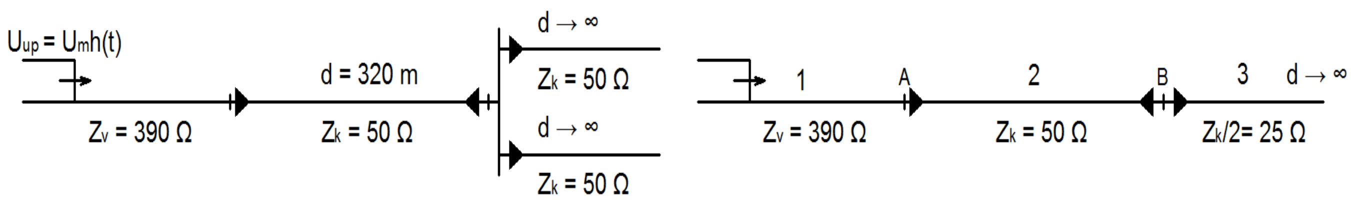


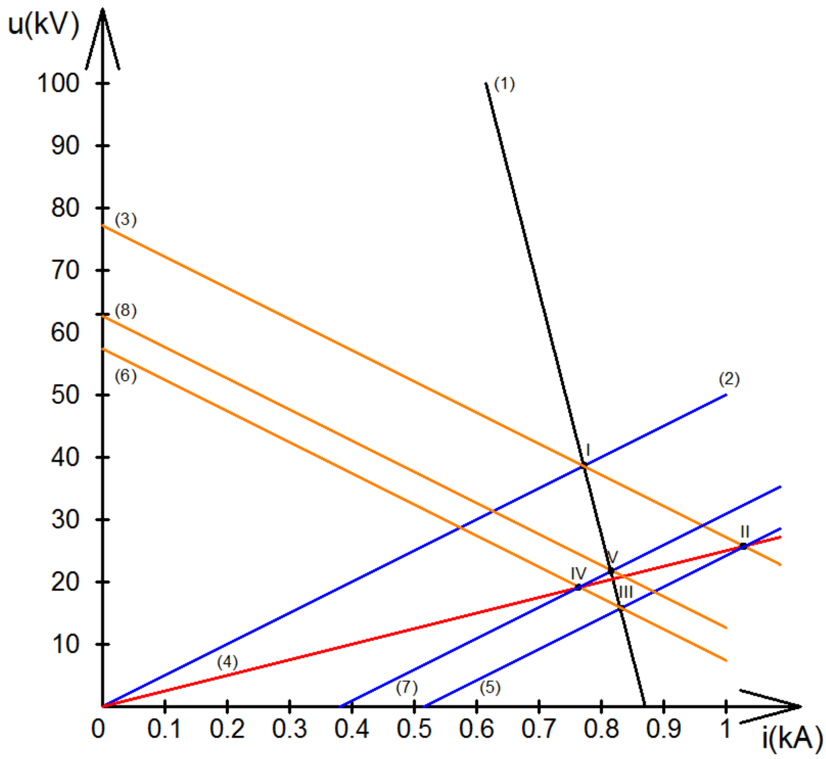
$u + F(i) = 0$ direktna karakteristika

$u - F(i) = 0$ inverzna karakteristika

F(i) je funkcija koja se odnosi na nelinearni otpornik.

18) Ako po vodu prikazanom na slici nailazi prenaponski talas pravougaonog čela i beskonačnog trajanja amplitude U_m = 170 kV, Bežaronovom grafo-analitičkom metodom odrediti napone u tačkama A i B. Brzina prostiranja talasa krož kablovski vod je v_k = 160 m/μs.





$$T = \frac{d}{v_k} = \frac{320}{160} = 2\ \mu\text{s}$$

$u + Z_v i = 2U_d = 2U_m$

$u + 390i = 340$ (1)

$u - Z_k i = 2U_i = 0$

$u - 50i = 0$ (2)

Nije se pojavila reflektovana komponenta

(1), (2): I

$u(A,0) = 38{,}6$ kV

$i(A,0) = 0{,}77$ kA

$u + Z_k i = 2U_{d1}$

Tačka A je zajednička za oba voda tako da važi:

$u(A,0) + Z_k i(A,0) = 2U_{d1}$

$38{,}6 + 50 \cdot 0{,}77 = 77{,}14\ \text{kV} = 2U_{d1}$

$u + 50i = 77{,}14$ (3)

$u - \frac{Z_k}{2} i = 0$

$u - 50i = 0$ (4)

Ne postoji reflektovana komponenta od voda 3 jer je on beskonačan.

(3), (4): II

$u(B,T) = 25{,}71$ kV

$i(B,T) = 1{,}03$ kA

Režim u tački A se određuje direktnom karakteristikom levo od tačke A, i inverznom karakteristikom desno od tačke A.

$u + 390i = 340$ (1)

$u - Z_k i = 2U_{i1}$

Za određivanje vrednosti 2U$_i$ može se koristiti vrednost iz prethodnog koraka.

$u(B,T) - Z_k i(B,T) = 2U_{i1}$

$25{,}71 - 50 \cdot 1{,}03 = -25{,}79$ kV $= 2U_{i1}$

$u - 50i = -25{,}79$ (5)

(1), (5): III

$u(A,2T) = 15{,}78$ kV

$i(A,2T) = 0{,}83$ kA

$u + Z_k i = 2U_{d2}$

$u(A,2T) + Z_k i(A,2T) = 2U_{d2}$

$15{,}78 + 50 \cdot 0{,}83 = 57{,}28$ kV $= 2U_{d2}$

$u + 50i = 57{,}28$ (6)

(4), (6): IV

$u(B,3T) = 19{,}1$ kV

$i(B,3T) = 0{,}76$ kA

$u - Z_k i = 2U_{i2}$

$u(B,3T) - Z_k i(B,3T) = 2U_{i2}$

$19{,}1 - 50 \cdot 0{,}76 = -18{,}9$ kV $= 2U_{i2}$

$u - 50i = -18{,}9$ (7)

(1), (7): V

$u(A,4T) = 21{,}88$ kV

$i(A,4T) = 0{,}82$ kA

$u + Z_k i = 2U_{d3}$

$u(A,4T) + Z_k i(A,4T) = 2U_{d3}$

$21{,}88 + 50 \cdot 0{,}82 = 62{,}88$ kV $= 2U_{d3}$

$u + 50i = 62{,}88$ (8)

(4), (8): VI

$u(B,5T) = 20{,}96$ kV

$i(B,5T) = 0{,}84$ kA

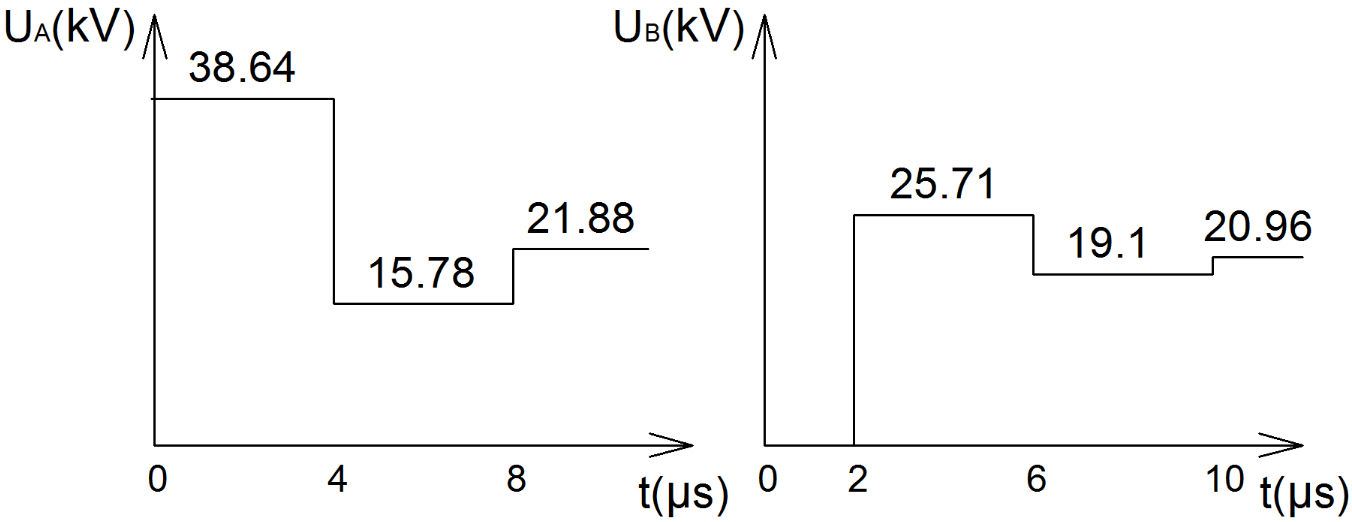
Režim posle beskonačno refleksina se dobija u preseku karakterisitika (1) i (4)

$u + 390i = 340$ (1)

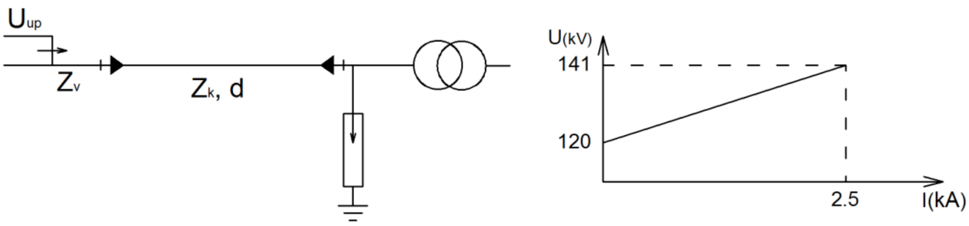
$u - 50i = 0$ (4)

$u(A,\infty) = u(B,\infty) = 20{,}48$ kV

$i(A,\infty) = i(B,\infty) = 0{,}82$ kA

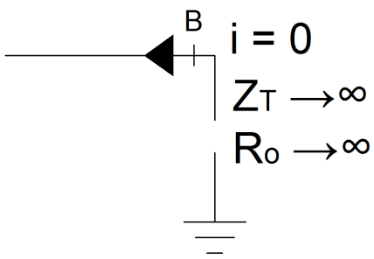


19) Vazdušni vod sa drvenim stubovima nazivnog napona 35 kV se preko kablovskog prilaza postrojenju priključuje na sabirnice kao na slici. Ispred transformatora koji je takođe priključen na sabirnice nalazi se odvodnik prenapona, zadat svojom volt-amperskom karakteristikom. Odrediti najviši napon na sabirnicama i kablovskoj glavi, a usled nailaska prenaponskog talasa beskonačne strmine čela, amplitude $U_m = 400$ kV i beskonačnog trajanja. Parametri sistema: $Z_v = 400\ \Omega$, $Z_k = 400\ \Omega$, $d_k = 300$ m, $v_k = 150000$ km/s, podnosivi udarni napon kabla je 170 kV, nadzemna struja odvođenja 2,5 kA. Smatrati da je ulazna impedansa transformatora beskonačno velika.



Pošto se koristi S_iC odvodnik prenapona smatra se da nije reagovao. Kada se postigne $U_{100\%}$ odvodnika prenapona on reaguje i koristi se karakteristika koja se odnosi na nelinearni otpornik.

U početnom trenutku vod je otvoren zato što je impedansa transformatora beskonačno velika, a odvodnik nije još odreagovao.



$$T = \frac{d}{v_k} = \frac{300\ \text{m}}{150\ \frac{\text{m}}{\mu\text{s}}} = 2\ \mu\text{s}$$

$$u + Z_v i = 2U_d = 2U_m$$

$$u + 400i = 800 \qquad (1)$$

$$u - Z_k i = 2U_i = 0$$

$$u - 50i = 0 \qquad (2)$$

(1), (2): I

$u(A,0) = 88{,}89$ kV

$i(A,0) = 1{,}78$ kA

$u + Z_k i = 2U_{d1}$

$88{,}89 + 50 \cdot 1{,}78 = 177{,}89\ \text{kV} = 2U_{d1}$

$u + 50i = 177{,}89 \qquad (3)$

$i = 0 \qquad (4')$

Vod je otvoren

(3), (4'): II'

$u(B,T) = 177{,}89$ kV

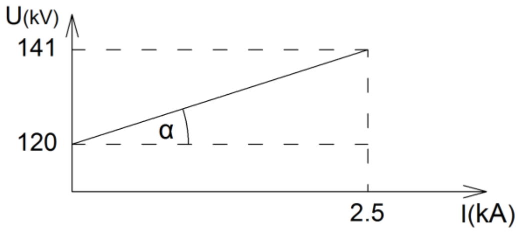
$i(B,T) = 0$ kA

Ova tačka definiše napon na kraju kabla, ali ovaj napon se ne može postići zbog odvodnika prenapona. Ovaj napon je veći od 100 % napona reagovanja odvodnika. Br je radna tačka u trenutku reagovanja odvodnika prenapona.

Trenutak neposredno pre reagovanja:

$u(Br,T) = 141$ kV

$i(Br,T) = 0$ kA



$u - F(i) = 0$ inverzna karakteristika odvodnika

$\tan\alpha = \frac{141-120}{2{,}5} = \frac{21}{2{,}5}$

$u - \frac{21}{2{,}5} i = 120$ (4)

(3), (4): II

$u(B,T) = 128{,}33$ kV

$i(B,T) = 0{,}99$ kA

$u - Z_k i = 2U_{i1}$

$128{,}33 - 50 \cdot 0{,}99 = 78{,}83$ kV $= 2U_{i1}$

$u - 50i = 78{,}83$ (5)

(1), (5): III

$u(A,2T) = 158{,}96$ kV

$i(A,2T) = 1{,}6$ kA

$u + Z_k i = 2U_{d2}$

$158{,}96 + 50 \cdot 1{,}6 = 238{,}96$ kV $= 2U_{d2}$

$u + 50i = 238{,}96$ (6)

(4), (6): IV

$u(B,3T) = 137{,}11$ kV

$i(B,3T) = 2{,}04$ kA

$u - Z_k i = 2U_{i2}$

$137{,}11 - 50 \cdot 2{,}01 = 35{,}11$ kV $= 2U_{i2}$

$u - 50i = 35{,}11$ (7)

(1), (7): V

$u(A,4T) = 120{,}1$ kV

$i(A,4T) = 1{,}7$ kA

$u + Z_k i = 2U_{d3}$

$120{,}1 + 50 \cdot 1{,}7 = 205{,}1$ kV $= 2U_{d3}$

$u + 50i = 205{,}1 \qquad (8)$

(4), (8): VI

$u(B, 5T) = 132{,}24$ kV

$i(B, 5T) = 1{,}46$ kA

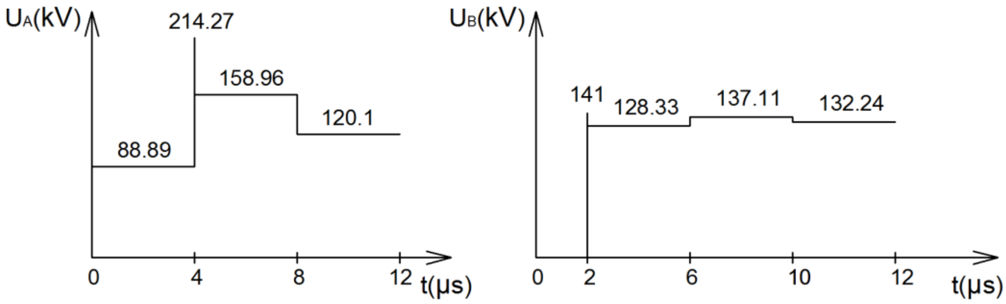
Posle beskonačno mnogo refleksija

$u + 400i = 800 \qquad (1)$

$u - \frac{21}{2{,}5} i = 120 \qquad (4)$

$u(A, \infty) = u(B, \infty) = 134$ kV

$i(A, \infty) = i(B, \infty) = 1{,}67$ kA



$t_r = 2$ μs, trenutak reagovanja odvodnika prenapona.

Da bi se odredio pik koji se javlja na sabirnicama A koriste se sledeće jednačine:

$u + 400i = 800 \qquad (1)$

$u - Z_k i = 2U_{i3} \qquad$ (9) inverzna karakteristika kablovskog voda, važi za sve tačke po vodu pa onda važi i za tačku B.

$$u = 141 \text{ kV} \qquad i = 0 \text{ kA}$$

$141 - 50 \cdot 0 = 141 = 2U_{i3}$

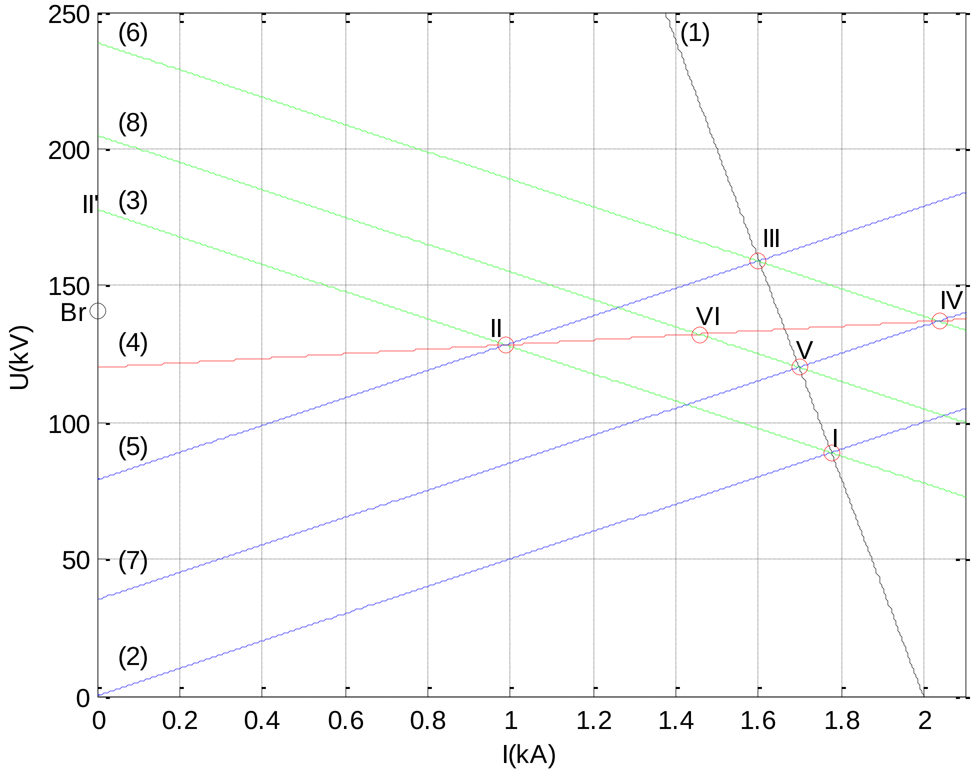
$u - 50i = 141 \qquad (9)$

(1), (9): Ar

$u(Ar, 2T) = 214{,}22$ kV

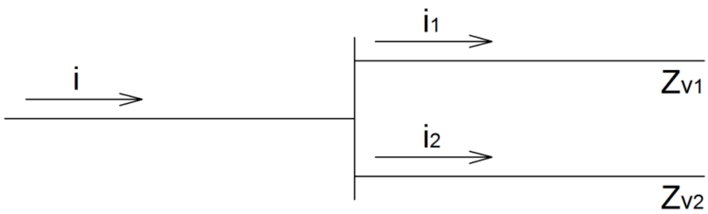
$i(Ar, 2T) = 1{,}46$ kA

Ovaj pik ne utiče ponovo na tačku B.



Dva važna primera formiranja ekvivalentne karakteristike

1)

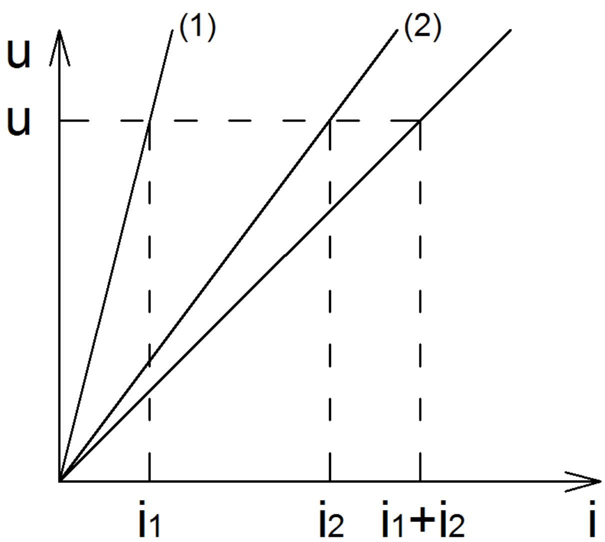


Ova dva voda se mogu ekvivalentirati.

$u - Z_{v1} i_1 = 0 \quad (1) \qquad i_1 = u / Z_{v1}$

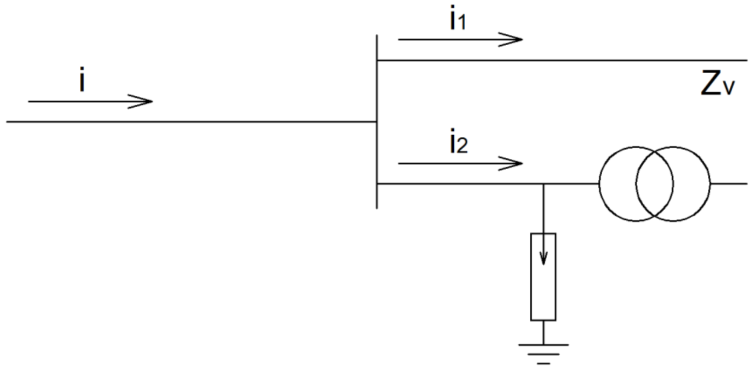
$u - Z_{v2} i_2 = 0 \quad (2) \qquad i_2 = u / Z_{v2}$

$$i = i_1 + i_2 = \frac{u}{Z_{v1}} + \frac{u}{Z_{v2}} = \frac{Z_{v1} + Z_{v2}}{Z_{v1} \cdot Z_{v2}} u$$



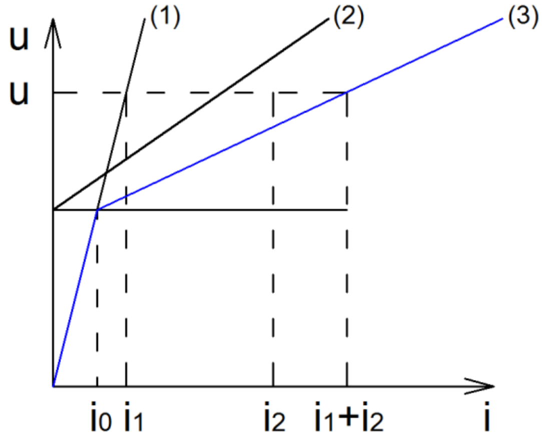
$$u - \frac{Z_{v1} + Z_{v2}}{Z_{v1} \cdot Z_{v2}} i = 0$$

2) SLIKA



Poznata je inverzna karakteristika voda i inverzna karakteristika odvodnika koji je reagovao.

$$u - Z_v i_1 = 0 \quad (1)$$
$$u - F(i_2) = 0 \quad (2)$$
$$u - k_1 i_1 = k_2 \quad (3)$$



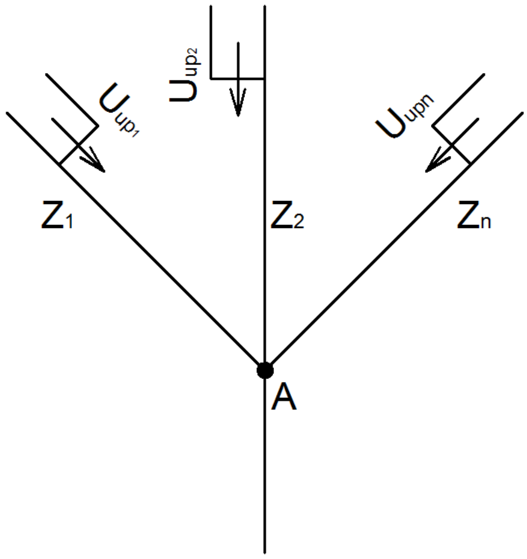
$i < i_0$ odvodnik prenapona nije reagovao (1) ≡ (3). $i \geq i_0$ odvodnik prenapona je reagovao tako da je potrebno uzeti u obzir obe karakteristike.

$$u - Z_{v1} i_1 = 0 \quad (1) \qquad i_1 = u/Z_v$$
$$u - k_1 i_1 = k_2 \quad (2) \qquad i_2 = (u - k_2)/k_1$$
$$i = i_1 + i_2 = \frac{u}{Z_v} + \frac{u - k_2}{k_1} = \frac{uk_1 + uZ_v - k_2 Z_v}{Z_v k_1}$$
$$i = \frac{k_1 + Z_v}{Z_v k_1} u - \frac{k_2}{k_1}$$

$k1$ je koeficijent pravca, tan α.

$$u - \frac{Z_v k_1}{k_1 + Z_v} i = \frac{Z_v k_2}{k_1 + Z_v}$$

Ekvivalentni talas

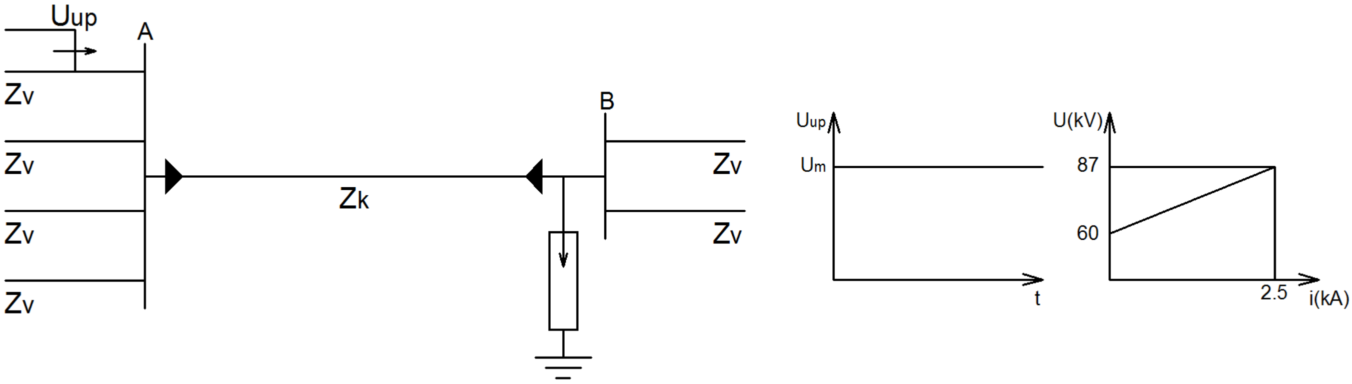


$$U_A = U_{upj} + U_{odj} \qquad j = 1, 2, \dots, n$$
$$I_A = \sum_{j=1}^{n} I_j = \sum_{j=1}^{n} \left(I_{upj} + I_{odj}\right) = \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{U_{upj}}{Z_j} - \frac{U_{odj}}{Z_j}\right)$$
$$= \sum_{j=1}^{n} \left(\frac{U_{upj}}{Z_j} - \frac{U_A - U_{upj}}{Z_j}\right)$$
$$I_A = \sum_{j=1}^{n} \frac{2U_{upj}}{Z_j} - U_A \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{Z_j}$$
$$Z_{ek} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{Z_j}}$$
$$U_{upek} = Z_{ek} \sum_{j=1}^{n} \frac{U_{upj}}{Z_j}$$

$U_A + Z_{ek} I_A = 2U_{upek}$ ekvivalentna upadna karakteristika svih vodova.

20) Na slici je prikazano postrojenje nazivnog napona 20 kV. Poznati su sledeći parametri $Z_v = 400\ \Omega$, $Z_k = 50\ \Omega$, $d_k = 300$ m, $v_k = 150$ m/s, $U_{100\%} = 87$ kV, $U_i = 125$ kV, karakteristika odvodnika prenapona data je na slici. Ako po jedom vodu nailazi prenaponski talas pravougaonog čela i beskonačnog trajanja začelja amplitude 300 kV odrediti:

a) kada će reagovati odvodnik prenapona;
b) kakva će biti promena napona u tački A i B u toku prvih 10 µs;
c) da li bi postrojenje bilo ugroženo da nema odvodnika prenapona;
d) koliki su maksimalni naponi u tačkama A i B kada postoji odvodnik prenapona.

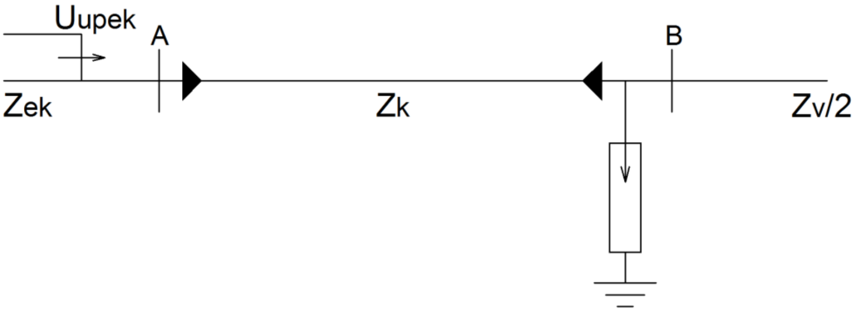


$$T = \frac{d}{v_k} = \frac{300\ \mathrm{m}}{150\ \frac{\mathrm{m}}{\mu\mathrm{s}}} = 2\ \mu\mathrm{s} \qquad Z_{ek} = \frac{Z_v}{4} = 100\ \Omega$$

$$U_{upek} = Z_{ek} \sum_{j=1}^{4} \left(\frac{U_m}{Z_v} + \frac{0}{Z_v} + \frac{0}{Z_v} + \frac{0}{Z_v} \right)$$

Samo po jednom vodu nailazi upadni talas.

$$U_{upek} = \frac{Z_v}{4} \frac{U_m}{Z_v} = \frac{U_m}{4} = 75\ \mathrm{kV}$$



$u + Z_{ek} i = 2U_d = 2U_{upek}$

$u + 100i = 150$ (1)

$u - Z_k i = 2U_i = 0$

$u - 50i = 0$ (2)

(1), (2): I

$u(A, 0) = 50$ kV

$i(A, 0) = 1$ kA

$u + Z_k i = 2U_{d1}$

$50 + 50 \cdot 1 = 100$ kV $= 2U_{d1}$

$u + 50i = 100$ (3)

$u - \frac{Z_v}{2} i = 0$

$u - 200i = 0$ (4)

(3), (4): II

$u(B, T) = 80$ kV $< U_{100\%}$ odvodnik neće reagovati.

$i(B, T) = 0{,}4$ kA

$u - Z_k i = 2U_{i1}$

$80 - 50 \cdot 0{,}4 = 60$ kV $= 2U_{i1}$

$u - 50i = 60$ (5)

(1), (5): III

$u(A, 2T) = 90$ kV

$i(A, 2T) = 0{,}6$ kA

$u + Z_k i = 2U_{d2}$

$90 + 50 \cdot 0{,}6 = 120$ kV $= 2U_{d2}$

$u + 50i = 120$ (6)

(4), (6): IV'

$u(B', T) = 96$ kV $> U_{100\%} = 87$ kV najveći napon u tački B je onaj koji je određen naponom reagovanja odvodnika prenapona.

$i(B', T) = 0{,}48$ kA

Potrebno je odrediti struju u tački B za ovaj trenutak. Pošto struja ne može trenutno da se promeni u ovom slučaju će se odrediti pomoću inverzne karakteristike ekvivalentnih vodova. Uzima se inverzna karakteristika ekvivalentnih vodova zato što će se koristiti inverzna karakteristika odvodnika prenapona, u sledećem zadatku biće prikazana primena sa direktnom karakteristikom odvodnika.

$u - 200i = 0$ (4)

$i = \frac{87}{200} = 0{,}35$ kA

$u(Br, 3T) = 87$ kV

$i(Br, 3T) = 0{,}435$ kA

Potrebno je odrediti uticaj ovog pika na sabirnice A.

$u - Z_k i = 2U_{i2}$

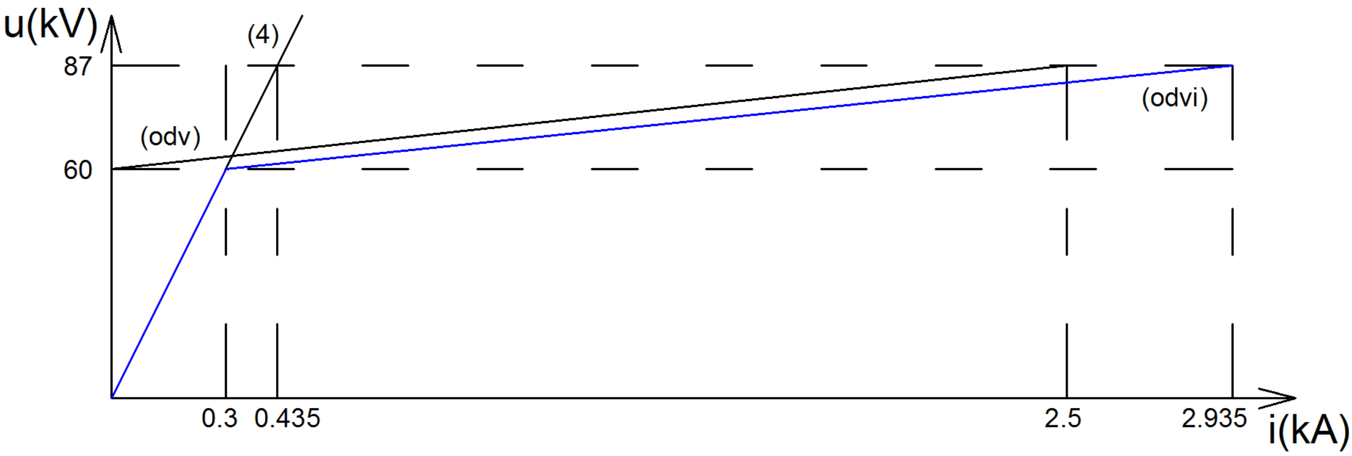
$87 - 50 \cdot 0{,}435 = 65{,}25$ kV $= 2U_{i2}$

$u - 50i = 65{,}25$ (7)

(1), (7): Ar

$u(Ar, 4T) = 93{,}5$ kV

$i(Ar, 4T) = 0{,}565$ kA



Određivanje ekvivalentne inverzne karakteristike odvodnika prenapona i vodova.

$u - 200i_1 = 0$ (4)

$u - \frac{27}{2,5}i_2 = 60$ (odv)

$i = i_1 + i_2 = \frac{u}{200} + \frac{u-60}{2,7}2,5$

$u - 10,247i = 56,927$ (odvi)

Da bi se dobilo stanje koje vlada u tački B u trenutku 3T potrebno je rešiti sistem jednačina (6) i (odvi)

$u(B, 3T) = 67,65$ kV

$i(B, 3T) = 1,047$ kA

$u - Z_k i = 2U_{i3}$

$67,65 - 50 \cdot 1,047 = 15,3$ kV $= 2U_{i3}$

$u - 50i = 15,3$ (8)

(1), (8): V

$u(A, 4T) = 60,2$ kV

$i(A, 4T) = 0,898$ kA

$u + Z_k i = 2U_{d3}$

$60,2 + 50 \cdot 0,898 = 105,1$ kV $= 2U_{d3}$

$u + 50i = 105,1$ (8)

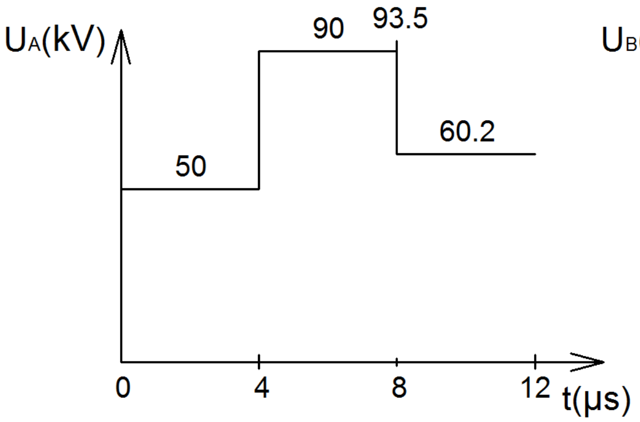
(odvi), (9): VI

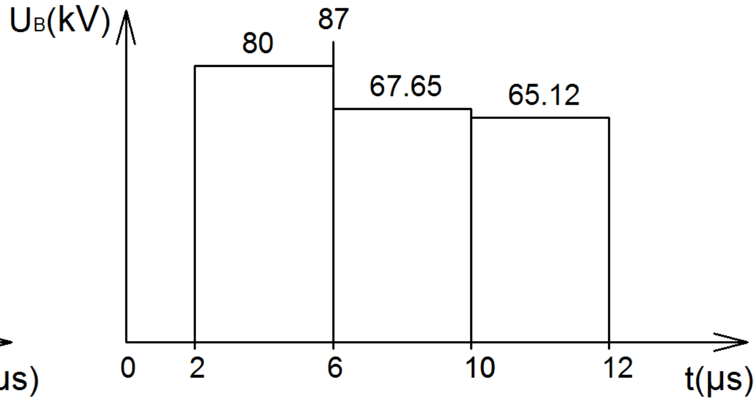
$u(B, 5T) = 65,12$ kV

$i(B, 5T) = 0,8$ kA

a) Odvodnik prenapona reaguje u trenutku $t_r = 6$ µs.

b)





c) Nema odvodnika i kabal je kratak

$u + 100i = 150$ (1)

$u - 200i = 0$ (4)

$u(A, \infty) = u(B, \infty) = 100$ kV

Kada postoji odvodnik prenapona.

$u + 100i = 150$ (1)

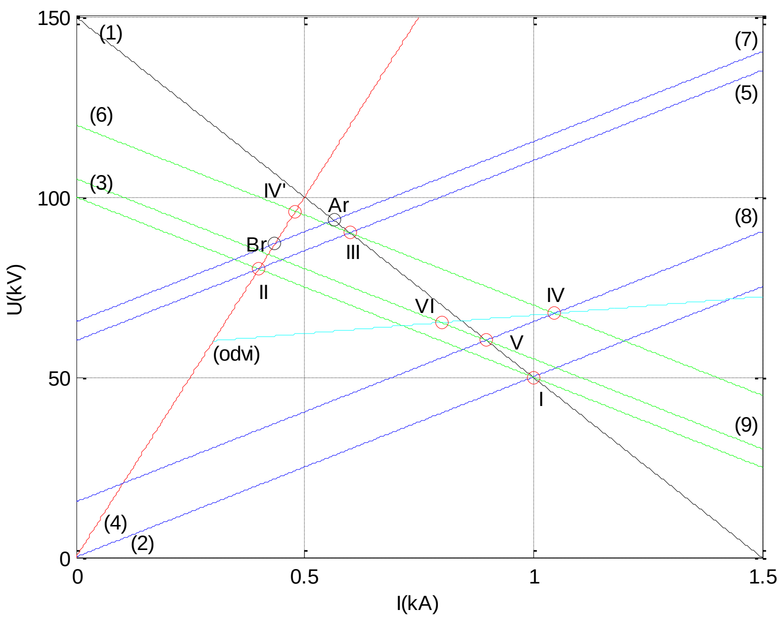
$u - 10{,}247i = 56{,}927$ (odvi)

$u(A, \infty) = u(B, \infty) = 65{,}58$ kV

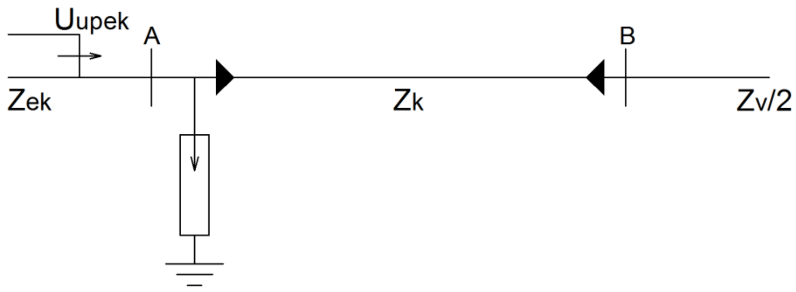
d)

$U_{Amax} = 93{,}5$ kV

$U_{Bmax} = 87$ kV



21) Uraditi prethodni zadatak ako se odvodnik prenapona nalazi u tački A.



Ponovo se kreće od pretpostavke da odvodnik ne reaguje.

$u + Z_{ek}i = 2U_d = 2U_{upek}$

$u + 100i = 150$ (1)

$u - Z_k i = 2U_i = 0$

$u - 50i = 0$ (2)

(1), (2): I

$u(A, 0) = 50$ kV

$i(A, 0) = 1$ kA

$u + Z_k i = 2U_{d1}$

$50 + 50 \cdot 1 = 100$ kV $= 2U_{d1}$

$u + 50i = 100$ (3)

$u - \frac{Z_v}{2} i = 0$

$u - 200i = 0$ (4)

(3), (4): II

$u(B, T) = 80$ kV

$i(B, T) = 0{,}4$ kA

$u - Z_k i = 2U_{i1}$

$80 - 50 \cdot 0{,}4 = 60$ kV $= 2U_{i1}$

$u - 50i = 60$ (5)

(1), (5): III'

$u(A', 2T) = 90$ kV $> U_{100\%}$

$i(A', 2T) = 0{,}6$ kA

Sada se za izračunavanje struje koristi direktna karakteristika ekvivalentnog voda zato što će se koristiti direktna karakteristika odvodnika prenapona.

$u + 100i = 150$

$i = \frac{150-87}{100} = 0{,}63$ kA

$u(A\mathrm{r}, 2T) = 87$ kV

$i(A\mathrm{r}, 2T) = 0{,}63$ kA

Potrebno je odrediti kako ovaj pik utiče na sabirnice B.

$u + Z_k i = 2U_{d2}$

$87 + 50 \cdot 0{,}63 = 118{,}5$ kV $= 2U_{d2}$

$u + 50i = 118{,}5$ (6)

(4), (6): Br

$u(Br, T) = 94{,}8$ kV

$i(Br, T) = 0{,}474$ kA

Posle reagovanja odvodnika prenapona više ne važi jednačina (1). Nova direktna karakteristika pomoću koje se određuje napon u tački A dobija se kombinacijom prave (1) i direktne karakteristike odvodnika prenapona.

$u + 100i_2 = 150$ (1)

$u + \frac{27}{2{,}5} i_2 = 60$ (odv)

$i = i_1 + i_2 = \frac{150 - u}{100} + \frac{60 - u}{2{,}7} 2{,}5$

$u + 9{,}747i = 68{,}775$ (odvd)

(odvd), (5): III

$u(A, 2T) = 67{,}34$ kV

$i(A, 2T) = 0{,}147$ kA

$u + Z_k i = 2U_{d3}$

$67{,}34 + 50 \cdot 0{,}147 = 74{,}69$ kV $= 2U_{d1}$

$u + 50i = 74{,}69$ (7)

(4), (7): IV

$u(B, 3T) = 59{,}752$ kV

$i(B, 3T) = 0{,}299$ kA

$u - Z_k i = 2U_{i2}$

$59{,}752 - 50 \cdot 0{,}299 = 44{,}8$ kV $= 2U_{i2}$

$u - 50i = 44{,}8$ (8)

(odvd), (8): V

$u(A, 4T) = 64{,}86$ kV

$i(A, 4T) = 0{,}401$ kA

$u + Z_k i = 2U_{d4}$

$64{,}86 + 50 \cdot 0{,}401 = 84{,}91$ kV $= 2U_{d4}$

$u + 50i = 84{,}91$ (9)

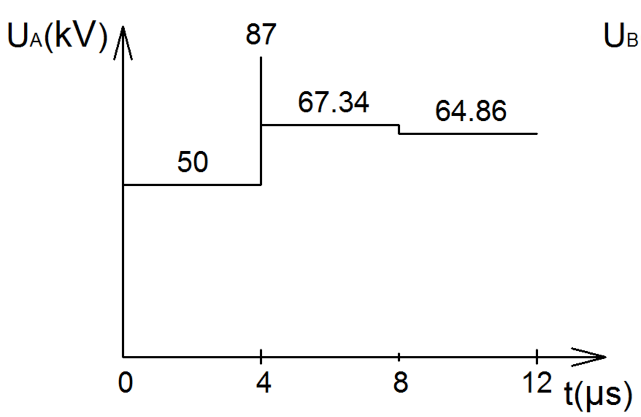
(4), (9): VI

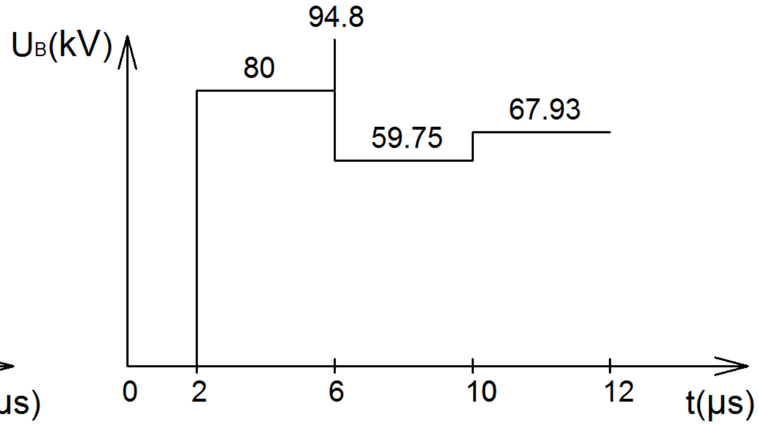
$u(B, 5T) = 67{,}93$ kV

$i(B, 5T) = 0{,}34$ kA

a) Odvodnik prenapona reaguje u trenutku $t_r = 4$ µs.

b)





c) Nema odvodnika i kabal je kratak.

$u + 100i = 150$ (1)

$u - 200i = 0$ (4)

$u(A,\infty) = u(B,\infty) = 100$ kV

Kada postoji odvodnik prenapona.

$u + 9{,}747i = 68{,}775$ (odvd)

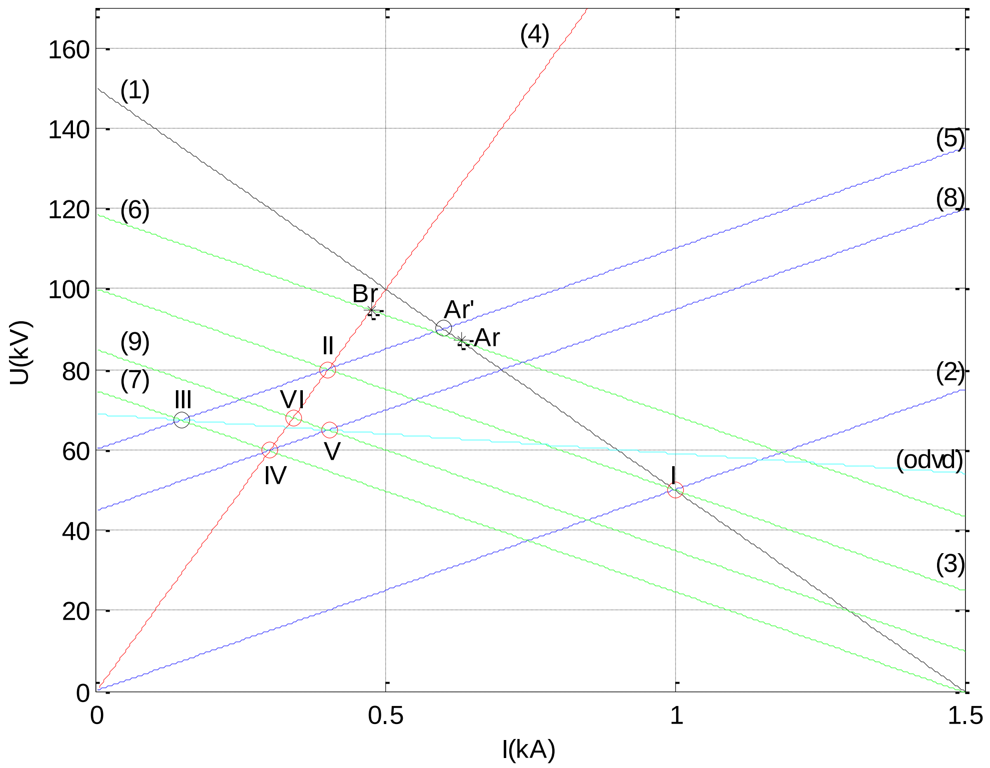
$u - 200i = 0$ (4)

$u(A,\infty) = u(B,\infty) = 65{,}58$ kV

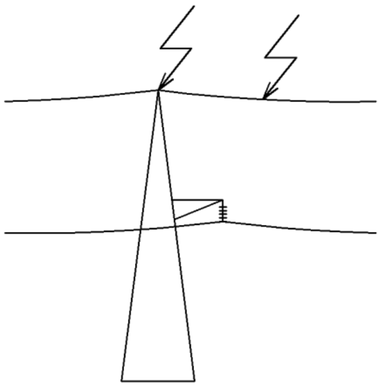
d)

$U_{Amax} = 87$ kV

$U_{Bmax} = 94{,}8$ kV

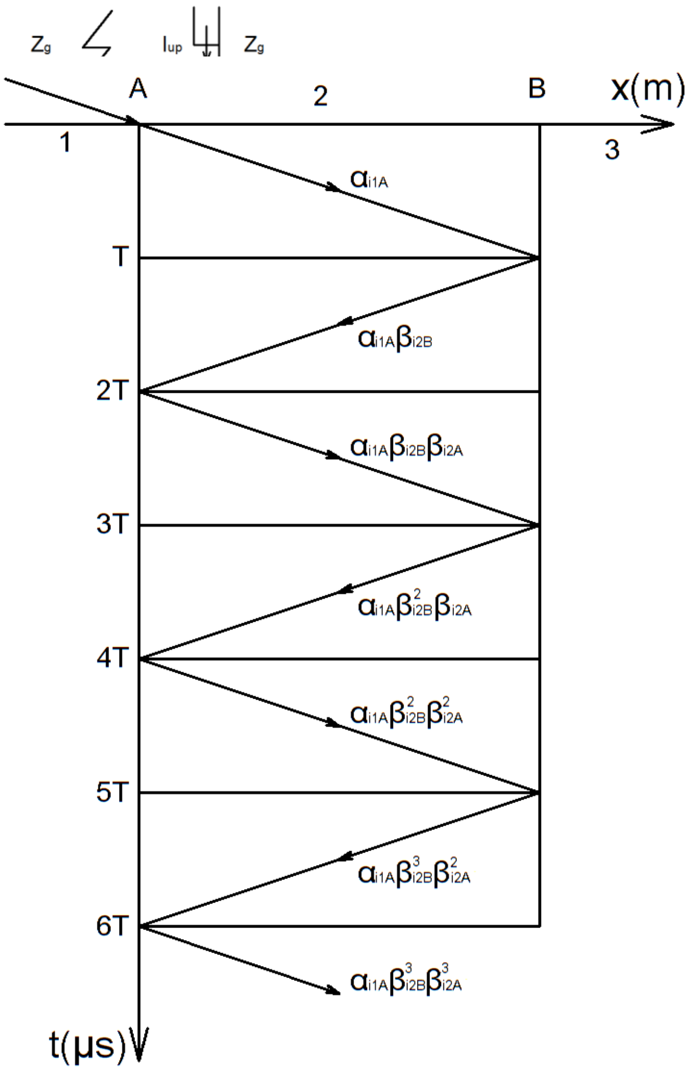


Pojava povratnog preskoka



Povratni talas nastaje kada se dogodi atmosfersko pražnjenje u vrh stuba ili u zaštitno uže tako da se može javiti visoki napon na stubu pa se može dogoditi preskok na fazu.

22) Odrediti kolika je temena vrednost upadne komponente struje po kanalu groma ako je izmerena temena vrednost struje kroz stub I_{max} = 10 kA. Vod nije snabdeven zaštitnim užetom. Podaci: Z_g = 300 Ω, Z_s = 100 Ω, R_{uz} = 10 Ω. Odrediti amplitudu upadne komponente napona po kanalu groma koja odgovara izmerenoj struji ako je prenaponski talas pravougaonog čela i beskonačnog trajanja.



Zadatak se rešava primenom mrežnog dijagrama.

$$\alpha_{i1A} = \frac{2Z_{C1}}{Z_{C1} + Z_{C2}} = \frac{I_{pr}}{I_{up}}$$

$$\beta_{i1A} = \frac{Z_{C1} - Z_{C2}}{Z_{C1} + Z_{C2}} = \frac{I_{od}}{I_{up}}$$

$$\alpha_{i1A} = \frac{2Z_g}{Z_g + Z_s} = \frac{2 \cdot 300}{300 + 100} = 1{,}5$$

$$\beta_{i2B} = \frac{Z_s - R_{uz}}{Z_s + R_{uz}} = \frac{100 - 10}{100 + 10} = 0{,}818$$

$$\beta_{i2A} = \frac{Z_s - Z_g}{Z_s + Z_g} = \frac{100 - 300}{100 + 300} = -0{,}5$$

$$\alpha_{i1A} - \beta_{i1A} = 1$$

Stub se modeluje kao kratak vod tako da se za beskonačno refleksija dobija

$$\begin{aligned} I_{max} = I_{up}[\alpha_{i1A} &+ \alpha_{i1A}\beta_{i2B}(1 + \beta_{i2A}) \\ &+ \alpha_{i1A}\beta_{i2B}^2\beta_{i2A}(1 + \beta_{i2A}) \\ &+ \alpha_{i1A}\beta_{i2B}^3\beta_{i2A}^2(1 + \beta_{i2A})] \end{aligned}$$

$$I_{max} = I_{up}\alpha_{i1A}\frac{1+\beta_{i2B}}{1-\beta_{i2B}\beta_{i2A}}$$

$$k_{st} = \frac{I_{up}}{I_{max}} = \frac{1-\beta_{i2B}\beta_{i2A}}{\alpha_{i1A}(1+\beta_{i2B})} = 0{,}517$$

k_{st} koeficijent upadne komponente struje.

$$I_{up} = k_{st}\cdot I_{max} = 0{,}517\cdot 10 = 5{,}17\ \text{kA}$$

Amplituda upadne komponente napona.

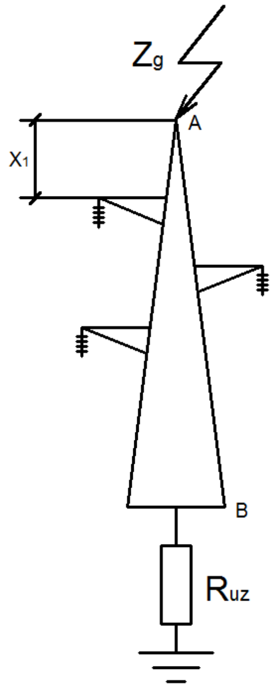
$$U_{up} = Z_g\cdot I_{up} = 300\cdot 5{,}17 = 1551\ \text{kV}$$

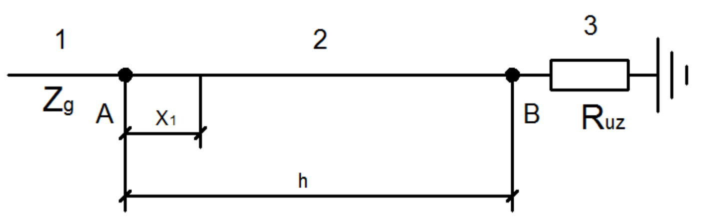
23) Proceniti da li će doći do povratnog preskoka sa sabirnicama na fazni provodnik pri udaru groma u vrh metalnog stuba u slučaju da vod nije snabdeven zaštitnim užetom. Proveru izvršiti metodom refleksije talasa. Podaci o sistemu su: nazivni napon voda U_n = 35 kV, najviši radni napon U_r = 38 kV, podnosivi napon izolacije U_{iz} = 170 kV, karakteristična impedansa stuba Z_s = 200 Ω, otpor uzemljenja R_{uz} = 10 Ω. Prenaponski talas zameniti talasom linearno rastućeg čela i konstantnog začelja. Pri proračunu:

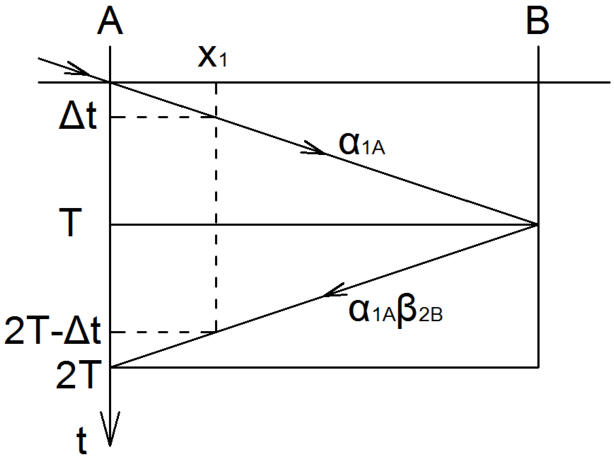
a) zanemariti uticaj radnog napona;

b) uzeti u obzir uticaj radnog napona, a pretpostaviti da je do udara groma došlo u najkritičnijem trenutku.

Strmina upadnog naponskog talasa koji nailazi po kanalu groma je *a* = 1500 kV/µs, vreme trajanja čela iznosi $T_č$ = 1,5 µs, visina stuba *h* = 15 m. Rastojanje najviše konzole od vrha stuba je x_1 = 1,2 m. Uzeti da je karakteristična impedansa kanala groma jednaka karakterističnoj impedansi stuba. Usvojiti da je brzina prostiranja talasa po stubu jednaka brzini svetlosti.







$$\Delta t = \frac{x_1}{v} = \frac{1{,}2}{300} = 0{,}004\ \mu\text{s}$$

$$T = \frac{h}{v} = \frac{15}{300} = 0{,}05\ \mu\text{s}$$

$$\alpha_{1A} = \frac{2Z_s}{Z_g + Z_s} = 1$$

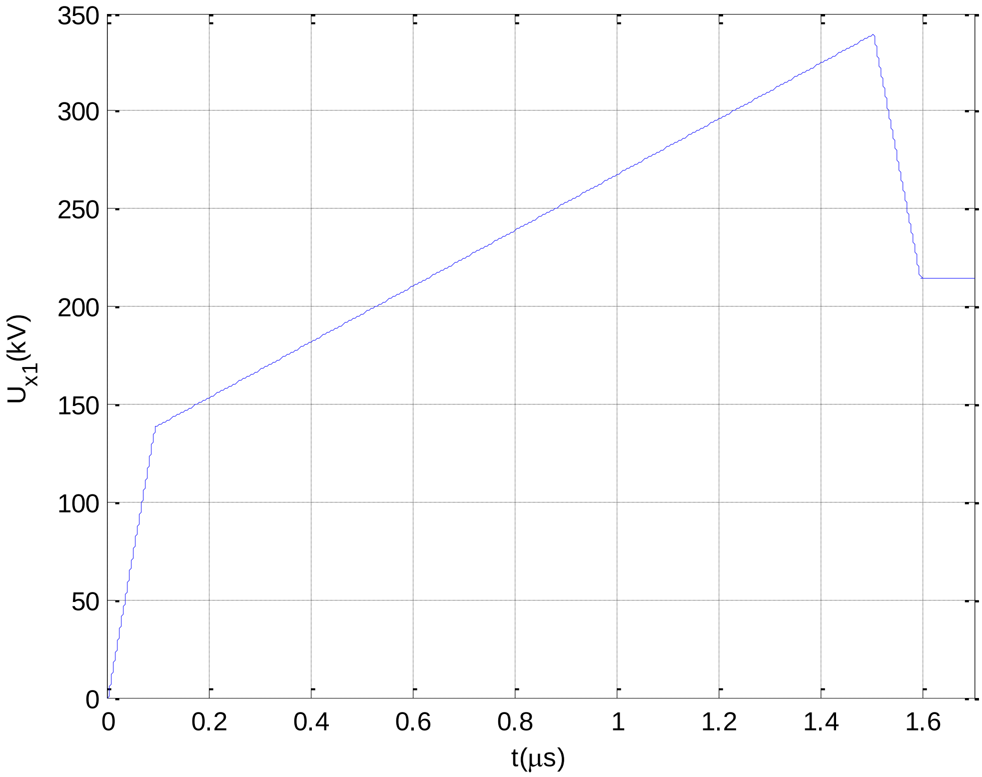
$$\beta_{2A} = \frac{Z_g - Z_s}{Z_g + Z_s} = 0$$

$$\beta_{2B} = \frac{R_{uz} - Z_g}{R_{uz} + Z_g} = \frac{10 - 200}{10 + 200} = -0{,}9048$$

$$u_{up}(t) = \underbrace{a \cdot th(t)}_{1} - \underbrace{a(t - T_č)h(t - T_č)}_{2}$$

$$u_{x_1}(t) = \underbrace{\alpha_{1A}a(t - \Delta t)h(t - \Delta t) + \alpha_{1A}\beta_{2B}a\big(t - (2T - \Delta t)\big)h\big(t - (2T - \Delta t)\big)}_{1}$$
$$- \underbrace{\alpha_{1A}a(t - T_č - \Delta t)h(t - T_č - \Delta t) + \alpha_{1A}\beta_{2B}a\big(t - T_č - (2T - \Delta t)\big)h\big(t - T_č - (2T - \Delta t)\big)}_{2}$$

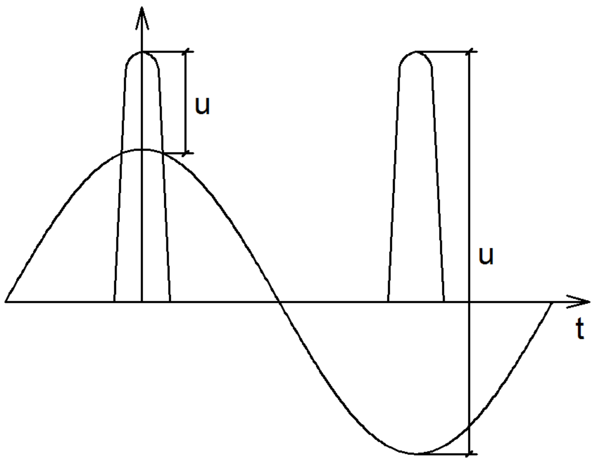
$$u_{x_1}(t) = 1500(t - 0{,}004)h(t - 0{,}04) - 1357{,}2(t - 0{,}096)h(t - 0{,}096) - 1500(t - 1{,}504)h(t - 1{,}504)$$
$$+ 1357{,}2(t - 1{,}596)h(t - 1{,}596)$$



Vreme se računa od trenutka nailaska prenapona u tačku A.

a) $U_{max} > U_{iz}$ tako da sigurno dolazi do preskoka.

b)



Napon na izolaciji voda je:

$$U = U_{max} - U_r \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cos\theta$$

U_{max} je posledica prenapona, član $\sqrt{2}$ potiče od maksimalnog napona, a $\sqrt{3}$ se odnosi na fazni napon.

$\theta = \pi$

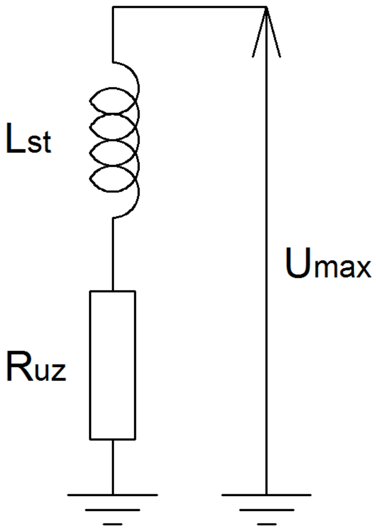
$U = U_{max} + U_r \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 339{,}06 + 38\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 370{,}09 \text{ kV}$

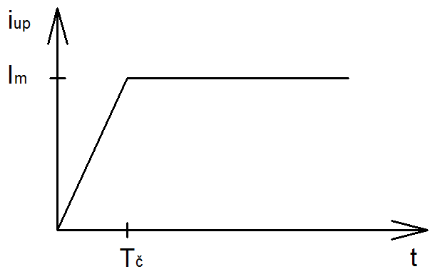
$\theta = 0$

$U = U_{max} - U_r \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 339{,}06 - 38\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 308{,}11 \text{ kV}$

U oba slučaja dolazi do povratnog preskoka.

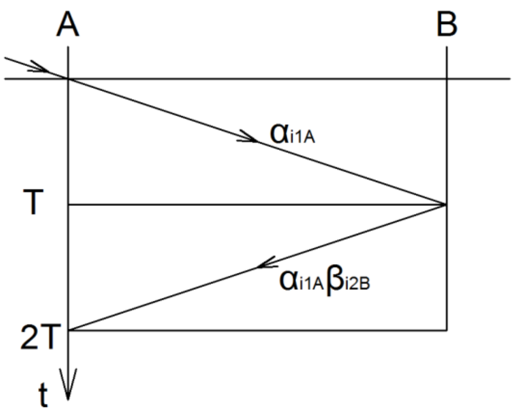
24) Proceniti da li će doći do povratnog preskoka usled atmosferskog pražnjenja u vrh dalekovodnog stuba koji nije snabdeven zaštitnim užetom. Parametri stuba su isti kao u prethodnom zadatku osim što se u ovom slučaju stub zamenjuje koncentrisanom induktivnošću L_{st}. Parametri atmosferskog pražnjenja su identični kao u prethodnom zadatku.





Ne možemo da odredimo napon u tački x_1, tako da se usvaja da je približno jednak naponu na vrhu stuba.

$$L'_{st} = \frac{Z_s}{v} = \frac{200\ \Omega}{300\ \frac{\text{m}}{\mu\text{s}}} = 0{,}67\frac{\mu\text{H}}{m}$$



$$U_{max} = R_{uz}I_{max} + L_{st}\frac{di}{dt} = R_{uz}I_{max} + L'_{st}h\frac{I_{max}}{T_č}$$

$$\alpha_{i1A} = \frac{2Z_g}{Z_g + Z_s} = 1$$

$$\beta_{i2B} = \frac{Z_s - R_{uz}}{Z_s + R_{uz}} = 0{,}9048$$

$$\beta_{i2A} = \frac{Z_s - Z_g}{Z_s + Z_g} = 0$$

$$I_{max} = I_{up}\alpha_{i1A}(1 + \beta_{i2B})$$

$$k_{st} = \frac{1}{\alpha_{i1A}(1 + \beta_{i2B})} = 0{,}525$$

$$I_{up} = \frac{U_{up}}{Z_g} = \frac{aT_{č}}{Z_g} = \frac{1500 \cdot 1{,}5}{200} = 11{,}25 \text{ kA}$$

$$I_{max} = \frac{I_{up}}{k_{st}} = 21{,}43 \text{ kA}$$

$$U_{max} = 10 \cdot 21{,}43 + 0{,}67 \cdot 15 \cdot \frac{21{,}43}{1{,}5} = 357{,}88 \text{ kV}$$

$$U = U_{max} + U_r\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 357{,}88 + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}38 = 388{,}9 \text{ kV}$$